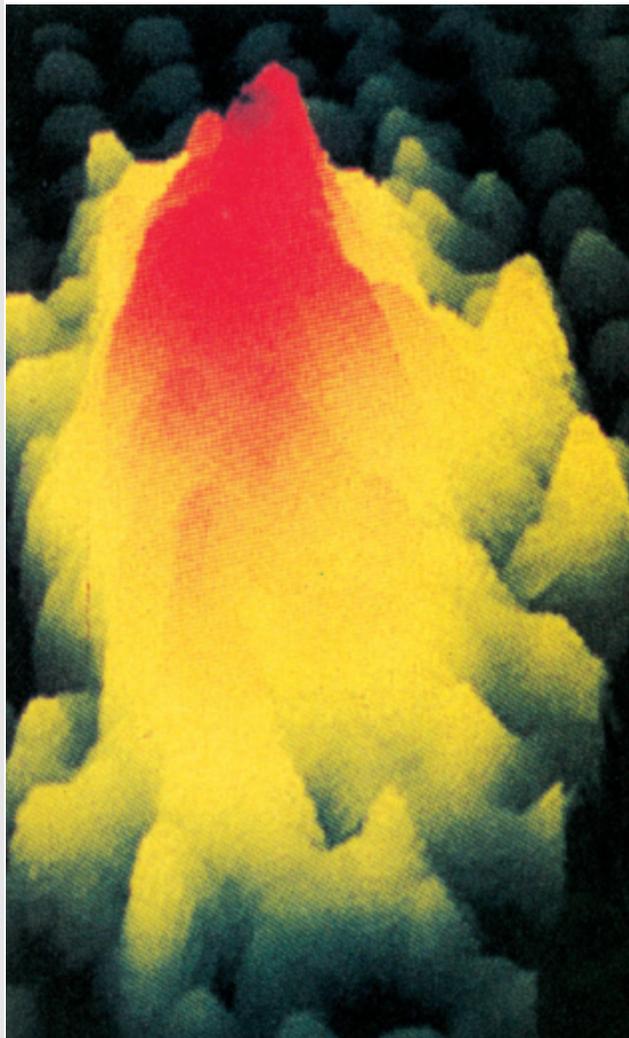


(7

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ)



Μέλαν σώμα	226
Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο	229
Φαινόμενο Compton	232
Κύματα de Broglie	235
Αρχή αβεβαιότητας	236
Εξίσωση Schrödinger	239
Σύνοψη	245
Ασκήσεις	247

Οι σελίδες που ακολουθούν είναι από το σχολικό βιβλίο φυσικής Γ' Λυκείου και συνοδεύονται από τις παρατηρήσεις του υπογράφοντος, Στέφανου Τραχανά, πάνω στα επιστημονικά σφάλματα και τις παιδαγωγικές επιλογές του βιβλίου.

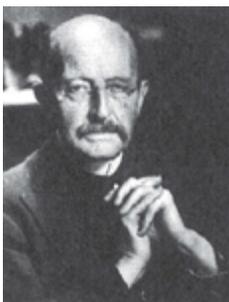
Μαζί με ένα διευκρινιστικό *Υστερόγραφο*, οι σελίδες αυτές αναρτήθηκαν στο blog *Quantum* ενώ στάλθηκαν επίσης για ενημέρωση στο Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής (ΙΕΠ) του Υπουργείου Παιδείας, που είναι το αρμόδιο όργανο της Πολιτείας για τα σχολικά βιβλία.

Δεδομένου του σκοπού του *Quantum* (να λειτουργήσει ως ένα δημόσιο φόρουμ συζητήσεων σχετικά με τη διδασκαλία της κβαντομηχανικής στο Λύκειο), ελπίζουμε η παρούσα ανάρτηση να βοηθήσει ώστε να σπάσει κάποτε ο κύκλος σιωπής που φαίνεται να περιβάλλει τα περιεχόμενα και την παιδαγωγική καταλληλότητα των σχολικών βιβλίων στη χώρα μας.

Στέφανος Τραχανάς
27/2/26

7.1.) Εισαγωγή

Ο Maxwell, με την ενοποιημένη θεωρία του για τον ηλεκτρομαγνητισμό (1864), είχε προβλέψει την ύπαρξη των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων ως μηχανισμού διάδοσης της ενέργειας του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου στο χώρο. Αρκετά χρόνια αργότερα, το 1886, και ενώ ο Maxwell είχε πεθάνει, ο Γερμανός Heinrich Hertz παρήγαγε ηλεκτρομαγνητικά κύματα με ταλαντούμενα ηλεκτρικά δίπολα και απέδειξε ότι αυτά διαδίδονται στο χώρο με την ταχύτητα του φωτός. Είχε ανοίξει ο δρόμος για τη διερεύνηση της αλληλεπίδρασης ακτινοβολίας και ύλης. Ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα μπορούσε να μεταφέρει ενέργεια σ' ένα άτομο θέτοντάς το σε εξαναγκασμένη ταλάντωση και, αντίστροφα, ένα ταλαντούμενο άτομο, παρήγαγε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα.



Max Planck (1858-1947). Γερμανός, θεμελιωτής της κβαντικής θεωρίας. Νόμπελ Φυσικής 1918. Η ζωή του σηματοδεύτηκε από το θάνατο των τεσσάρων παιδιών του στη διάρκεια των δύο παγκοσμίων πολέμων. Αν και ανοιχτά αντίθετος στο ναζιστικό καθεστώς παρέμεινε στη Γερμανία γεγονός που του стоίχισε σε διώξεις μέχρι το τέλος του Β' παγκοσμίου πολέμου.

Εικόνα 7-1.

- 1 Η κλασική θεωρία προβλέπει ότι η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία μπορεί να μεταφέρει οποιοδήποτε ποσό ενέργειας, ανάλογα με τη συχνότητά της. Εντούτοις μια σειρά από φαινόμενα, όπως η ακτινοβολία του μέλανος σώματος, το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, τα γραμμικά φάσματα εκπομπής και το φαινόμενο της σκέδασης των ακτίνων X (φαινόμενο Compton), δεν μπορούσαν να ερμηνευτούν με την κλασική θεωρία.

Το 1900 ο Max Planck κάνει την πολύ ριζοσπαστική υπόθεση ότι η ενέργεια εκπέμπεται ή απορροφάται από ένα αντικείμενο κατά διακριτές ποσότητες (κατά κβάντα) ή, πιο απλά, κατά μικρά πακέτα. Η συνολική ενέργεια λοιπόν δεν μπορεί παρά να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του κβάντου ενέργειας. Η υπόθεση αυτή αποδείχθηκε επιτυχής στην αντιμετώπιση των αδιεξόδων στα οποία είχε οδηγηθεί η κλασική θεωρία.

Η κβάντωση ενός μεγέθους δεν μας είναι άγνωστη υπόθεση. Για παράδειγμα το ηλεκτρικό φορτίο είναι κβαντισμένο μέγεθος με κβάντο το φορτίο του ηλεκτρονίου. Οποιαδήποτε ποσότητα φορτίου είναι πάντα ακέραιο πολλαπλάσιο του φορτίου του ηλεκτρονίου.

- 2 Η υπόθεση του Planck ήταν το θεμέλιο μιας νέας θεωρίας, της κβαντικής θεωρίας. Η κβαντική θεωρία προβλέπει κβάντωση κι άλλων μεγεθών όπως η ορμή και η στροφορμή.

Η κβαντική θεωρία ερμηνεύει φαινόμενα σε ατομικό επίπεδο τα οποία αδυνατεί να ερμηνεύσει η κλασική θεωρία. Όταν εξετάζουμε φαινόμενα του μακρόκοσμου η κβάντωση των μεγεθών γίνεται δυσδιάκριτη και τα συμπεράσματα της κβαντικής θεωρίας ταυτίζονται με αυτά της κλασικής.

7.2.) Η Ακτινοβολία του Μέλανος Σώματος

Ένα οποιοδήποτε σώμα δε φαίνεται στο σκοτάδι ενώ αν το φωτίσουμε το βλέπουμε. Αυτό συμβαίνει γιατί όλο ή ένα μέρος από το φως

- 1 Απολύτως λάθος: Η ενέργεια της κλασικής ΗΜικής ακτινοβολίας εξαρτάται μόνο από την ένταση του Ηλεκτρικού και του Μαγνητικού της πεδίου και είναι τελείως ανεξάρτητη από τη συχνότητα! Η εξάρτηση από τη συχνότητα εμφανίζεται μόνο στην κβαντική θεωρία, όπου η ενέργεια του φωτεινού κβάντου είναι πράγματι ανάλογη με τη συχνότητα ($E = hf$).

- 2 Απολύτως λάθος: Η ορμή (όπως και η θέση) έχει πάντα συνεχές φάσμα στην κβαντομηχανική ακόμα και όταν το σωματίδιο εκτελεί δέσμια κίνηση όπως π.χ. το ηλεκτρόνιο στη θεμελιώδη κατάσταση του ατόμου του υδρογόνου. Μοναδική εξαίρεση αποτελεί το απειρόβαθο πηγάδι δυναμικού που είναι μια μη ρεαλιστική εξιδανίκευση χωρίς ακριβές αντίκρισμα στον πραγματικό κόσμο, αφού περιορίζει το σωματίδιο σ' ένα αυστηρά καθορισμένο διάστημα του χώρου, απειρίζοντας το δυναμικό στα άκρα του.

που πέφτει στο σώμα επανεκπέμπεται (διαχέεται) στο περιβάλλον με αποτέλεσμα κάποιες από τις επανεκπεμπόμενες φωτεινές ακτίνες να φτάνουν στα μάτια μας. Με βάση αυτή τη διαδικασία καθορίζεται και το χρώμα που αποδίδουμε στο σώμα. Πιο συγκεκριμένα, αν φωτίσουμε ένα σώμα με λευκό φως εν γένει απορροφά κάποια μήκη κύματος ενώ άλλα τα επανεκπέμπει. Από τα επανεκπεμπόμενα μήκη κύματος καθορίζεται το χρώμα του σώματος που βλέπουμε. Στην ειδική περίπτωση που επανεκπέμπονται όλα τα μήκη κύματος του λευκού φωτός το σώμα φαίνεται λευκό. Στην αντίθετη περίπτωση, δηλαδή όταν το σώμα απορροφά όλα τα μήκη κύματος, φαίνεται μαύρο.

Μέλαν σώμα στη φυσική θεωρείται το σώμα που απορροφά την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που προσπίπτει σ' αυτό, σε όλο το φάσμα της (όλες τις συχνότητες).

★ Στην πράξη, μέλαν σώμα μπορεί να θεωρηθεί ένα οποιοδήποτε αντικείμενο με αιθαλωμένη την επιφάνειά του.

Ακτινοβολία μέλανος σώματος

Κάθε σώμα σε οποιαδήποτε θερμοκρασία κι αν βρίσκεται εκπέμπει ενέργεια με μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Η ακτινοβολία αυτή ονομάζεται θερμική ακτινοβολία.

Το μέγεθος που εκφράζει την ενέργεια που εκπέμπεται από τη μονάδα της επιφανείας ενός σώματος στη μονάδα του χρόνου ονομάζεται **ένταση της ακτινοβολίας**, συμβολίζεται με το I και στο S.I. μετριέται σε $J / m^2 \cdot s$ ή W / m^2 .

Η ένταση της ακτινοβολίας που εκπέμπει ένα σώμα εξαρτάται από τη θερμοκρασία του.

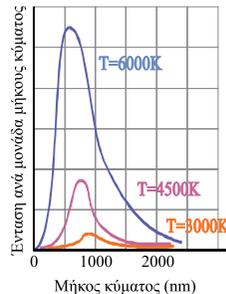
Ιδιαίτερο ενδιαφέρον, λόγω του ρόλου που έπαιξε στην εξέλιξη της φυσικής, έχει η μελέτη της θερμικής ακτινοβολίας του μέλανος σώματος.

Το μέλαν σώμα, σ' οποιαδήποτε θερμοκρασία κι αν βρίσκεται εκπέμπει ενέργεια με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σ' όλο το φάσμα της. Το μεγαλύτερο όμως τμήμα της ενέργειας που εκπέμπεται μ' αυτό τον τρόπο περιορίζεται σε μια στενή περιοχή, με «αιχμή» κάποιο μήκος κύματος (λ_{\max}), διαφορετικό για κάθε θερμοκρασία. Σε θερμοκρασίες γύρω στους **1000 K** το μέλαν σώμα εκπέμπει κυρίως στην υπέρυθη περιοχή, ενώ σε ψηλότερες θερμοκρασίες το λ_{\max} μετατοπίζεται σε μικρότερα μήκη κύματος (μεγαλύτερες συχνότητες), στην περιοχή του ορατού (σχ. 7.1).

Η σχέση που συνδέει την απόλυτη θερμοκρασία (T) του μέλανος σώματος με το μήκος κύματος αιχμής (λ_{\max}) είναι

$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{σταθερό} \quad (\text{νόμος μετατόπισης Wien})$$

3 Για την ερμηνεία των πειραματικών δεδομένων οι ερευνητές δέχθηκαν ότι τα άτομα των σωμάτων ταλαντώνονται. Το πλάτος της ταλάντωσής τους είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας στην οποία βρίσκονται τα σώματα. Αποτέλεσμα αυτής της ταλάντωσης των ατόμων,



Διάγραμμα της έντασης ανά μονάδα μήκους κύματος σε συνάρτηση με το μήκος κύματος για το μέλαν σώμα, σε τρεις διαφορετικές θερμοκρασίες. Το μέγιστο της καμπύλης μετατοπίζεται σε μικρότερα μήκη κύματος όταν αυξάνεται η θερμοκρασία.

Σχήμα 7-1

★ Δεν θα έκανε όμως κακό να έβλεπαν οι μαθητές μια φωτογραφία με κοινά πυρακτωμένα σώματα (βλ. ΚΜκή Λυκείου σ. 29) για να δουν κατ' αρχάς αυτό το θαύμα του παγκόσμιου φωτός που είναι ανεξάρτητο από τη χημική σύσταση του εκπέμποντος υλικού! Και να καταλάβουν τι μας κίνησε την περιέργεια στο φαινόμενο αυτό και ασχοληθήκαμε μαζί του. Και μετά μπορούμε να αρχίσουμε τις «ψιλοβελονιές» με το ιδανικό μέλαν σώμα κ.λπ. κ.λπ. Αλλά αυτό είναι μια άλλη μεγάλη ιστορία. Ο πραγματικός κόσμος «εκεί έξω» λάμπει με την απουσία του από το βιβλίο που σχολιάζουμε εδώ.

3 Αυτή κι αν είναι παιδαγωγική καινοτομία! Ουδείς φυσικός τύπος γράφεται έτσι. Φανταστείτε τον νόμο της παγκόσμιας έλξης γραμμένο ως $F \cdot r^2 = \text{σταθερά}$ και να τον περιγράψουμε με λόγια ως «Το γινόμενο της δύναμης επί το τετράγωνο της απόστασης των ελκόμενων μαζών είναι σταθερό»!!! Δεν θα συνειδητοποιούσαμε ποτέ τι ακριβώς λέει! Γιατί τους φυσικούς νόμους τους καταλαβαίνουμε πάντα ως σχέσεις αναλογίας ή αντίστροφης αναλογίας ανάμεσα στη μεταβλητή που θεωρούμε εξαρτημένη κι εκείνη που θεωρούμε ανεξάρτητη επειδή κυρίως την τελευταία μπορούμε να μεταβάλλουμε πειραματικά (ή μεταβάλλεται στην ίδια τη φύση), οπότε η σχέση τους είναι κάτι σαν σχέση αιτίου-αποτελέσματος. Ακόμα χειρότερα. Οι έξι ασκήσεις της Τράπεζας θεμάτων πάνω στον νόμο του Βιν λύνονται χρησιμοποιώντας διαρκώς τη μορφή $\lambda_{\max} T = \text{σταθ.}$ Και επειδή μάλλον... απαγορεύεται να δώσουμε ή να υπολογίσουμε την τιμή της σταθεράς(!), το αποτέλεσμα είναι ένας τραγέλαφος σίγουρα πολύ αποτελεσματικός αν θέλουμε να μισήσουν οι μαθητές το μέλαν σώμα. (Βλ. σχετική συζήτηση στο βιβλίο Προβλήματα Κβαντομηχανικής σ. 19.)

4 «Οι ερευνητές δέχτηκαν»! Με επιφοίτηση άραγε; Ενώ, βεβαίως (!) δεν συζητάται καν το απόλυτο φιάσκο της κλασικής φυσικής στις ψηλές συχνότητες –η περίφημη υπεριώδης καταστροφή– και ότι αυτό ήταν που οδήγησε τους «ερευνητές» –δηλαδή τον εξής έναν: τον Πλανκ– στην υπόθεση του φωτεινού κβάντου. Κατά τα άλλα ορκιζόμαστε στο όνομα της «διερευνητικής μάθησης»!!! Η ίδια η φυσική να σου «προσφέρει στο πιάτο» τη διερευνητική μέθοδο που οδηγεί στη συγκεκριμένη ανακάλυψη, κι εσύ όχι μόνο να μην την ακολουθείς αλλά να την «αντικαθιστάς» με το αρνητικό της είδωλο: Τη μέθοδο της επιφοίτησης. Όλα να πέφτουν από τον ουρανό!

που μπορούμε να τα δούμε ως στοιχειώδη ταλαντούμενα ηλεκτρικά δίπολα, είναι η εκπομπή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Η υπόθεση όμως αυτή δεν μπόρεσε να ερμηνεύσει ικανοποιητικά τα πειραματικά αποτελέσματα.

Το φαινόμενο ερμηνεύτηκε πλήρως το 1900, με τις δύο υποθέσεις που διατύπωσε ο Planck.

5. 1. Η ενέργεια των ταλαντούμενων ατόμων δε μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή. Μπορεί να πάρει μόνο διακριτές (κβαντισμένες) τιμές. Οι τιμές της ενέργειας που μπορεί να έχει το ταλαντούμενο άτομο είναι

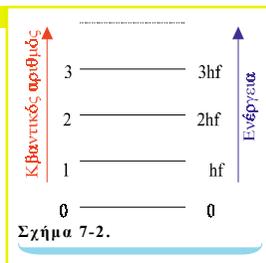
$$E_n = nhf$$

όπου n ένας θετικός ακέραιος αριθμός που ονομάζεται **κβαντικός αριθμός**, f η συχνότητα ταλάντωσης του ατόμου και h μια σταθερά που αργότερα έπαιξε μεγάλο ρόλο στη φυσική και ονομάστηκε **σταθερά δράσης του Planck**. Η τιμή της βρέθηκε

$$h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

2. Το ποσό της ενέργειας, που μπορεί να απορροφήσει ή να εκπέμψει ένα άτομο, υπό μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, μπορεί να πάρει μόνο διακριτές τιμές.

6. Στο σχήμα 7.2 δίνουμε μία εικόνα των ενεργειακών σταθμών στις οποίες μπορεί να βρεθεί το άτομο. Αν το άτομο απορροφήσει ένα κβάντο ενέργειας δηλαδή ενέργεια $E = hf$, αυξάνει την ενέργειά του κατά ένα σκαλοπάτι στην κλίμακα των ενεργειακών σταθμών. Αν πάλι το άτομο εκπέμψει ένα κβάντο ενέργειας υπό μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας τότε κατεβαίνει ένα σκαλοπάτι στην ίδια κλίμακα. Όσο ένα άτομο παραμένει στην ίδια ενεργειακή κατάσταση (στάθμη), ούτε εκπέμπει ούτε απορροφά ενέργεια. Τα άτομα, λοιπόν, απορροφούν ή εκπέμπουν ενέργεια όχι συνεχώς αλλά κάνοντας ενεργειακά άλματα.



Παράδειγμα 7.1

Ένα σώμα μάζας $m = 50 \text{ g}$ είναι δεμένο σε ελατήριο σταθεράς $K = 5 \text{ N/m}$ και εκτελεί απλή γραμμική ταλάντωση πλάτους $A = 5 \text{ cm}$. Αν θεωρηθεί ότι το σύστημα αποτελεί κβαντικό ταλαντωτή (ταλαντωτή που η ενέργειά του μπορεί να πάρει μόνο διακριτές τιμές) να υπολογιστούν: α) το ενεργειακό διάστημα μεταξύ δύο ενεργειακών σταθμών, δηλαδή το κβάντο ενέργειας αυτού του ταλαντωτή και β) ο κβαντικός αριθμός n της ενεργειακής στάθμης στην οποία βρίσκεται ο ταλαντωτής.

Απάντηση :

- α) Η συχνότητα της ταλάντωσης θα είναι

5. Τελείως λάθος, όπως μας είναι προφανές σήμερα: Οι κβαντωμένοι ταλαντωτές αφορούν το ίδιο το ΗΜ πεδίο. Διότι βεβαίως ο Πλανκ δεν μπόρεσε να ξέρει τότε ούτε για τη δομή των ατόμων και τις επιτρεπόμενες ενέργειες των ηλεκτρονίων σ' αυτά ούτε τίποτε άλλο. Όλα ήταν ακόμα στο σκοτάδι, όπως συχνά συμβαίνει στο πρώτο στάδιο μιας ριζοσπαστικής επιστημονικής ανακάλυψης. Και το ότι ο Πλανκ μπόρεσε να διακρίνει τη σωστή ιδέα μέσα στο «σύννεφο σκόνης» που την περιέβαλλε, μόνο ως σημάδι της ιδιοφυΐας του μπορεί να ιδωθεί.

6. Στον πραγματικό κόσμο δεν υπάρχει ούτε ένα άτομο με ισαπέχουσες στάθμες όπως αυτές του Σχ. 7.2!!! Ωραία παιδαγωγική! Μεταφέρουμε στο σχολικό βιβλίο ακόμα και τα προφανή πλέον λάθη που συνόδευσαν μια μεγάλη ανακάλυψη σαν να επρόκειτο για ρήσεις των... προφητών απέναντι στις οποίες μόνο στάση «προσκυνητή» μας επιτρέπεται να λάβουμε! Να ξαναπούμε το αυτονόητο; (Βλ. και ΚΜ Λυκείου, σ. 229.) Στη διδασκαλία δεν τηρούμε την ιστορική ακρίβεια παρά μόνο σε πολύ αδρές γραμμές (χρονολογίες, πρόσωπα και τον πυρήνα της βασικής ιδέας με τη σαφήνεια που τον καταλαβαίνουμε σήμερα). Κάνουμε δηλαδή *παιδαγωγική ανακατασκευή* της ιστορίας. Αλίμονό μας αν διδάσκαμε τη Νευτώνεια Μηχανική με τον τρόπο που την ανακάλυψε ο Νεύτωνας! Τα τέσσερα χρόνια σπουδών δεν θα μας έφταναν. Κι αυτό που σίγουρα δεν κάνουμε είναι να μεταφέρουμε τα λάθη που αναπόφευκτα γίνονται στη διαδικασία μιας επαναστατικής ανακάλυψης. Η ιστορική ακρίβεια είναι δουλειά των ιστορικών της επιστήμης, όχι των δασκάλων. Η δικιά μας ευθύνη είναι να εξηγήσουμε με σύγχρονο τρόπο μια επιστημονική ανακάλυψη ώστε η βασική της ιδέα να γίνει πλήρως κατανοητή –και χωρίς μυστήριο!– στους μαθητές μας.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{5N/m}{0,05kg}} = \frac{5}{\pi} s^{-1}$$

Εάν ο ταλαντωτής χάνει ενέργεια λόγω τριβών, σύμφωνα με την υπόθεση του Planck θα πρέπει να χάνει την ενέργειά του κατά άλματα που το μέγεθός τους θα είναι

$$\Delta E = hf = (6,626 \times 10^{-34} J \cdot s) \cdot \left(\frac{5}{\pi} s^{-1} \right) = 10,551 \times 10^{-34} J$$

Πρόκειται για ένα ποσό ενέργειας που πολύ δύσκολα να ανιχνεύεται.

β) Η ολική ενέργεια του ταλαντωτή είναι

$$E = \frac{1}{2} KA^2 = \frac{1}{2} (5N/m) \cdot (0,05m)^2 = 6,25 \times 10^{-3} J$$

Όμως επίσης $E = nhf$. Άρα $n = \frac{E}{hf} = \frac{6,25 \times 10^{-3} J}{10,551 \times 10^{-34} J} = 6 \times 10^{30}$

Πρόκειται για ένα τεράστιο αριθμό.

Σε ανάλογα αποτελέσματα καταλήγουμε αν επιχειρήσουμε να ανιχνεύσουμε την κβάντωση της ενέργειας σε οποιοδήποτε σύστημα στο μακρόκοσμο.

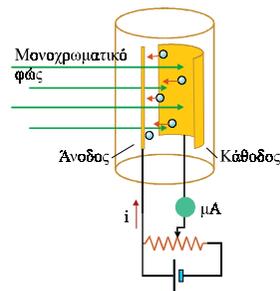
(7.3.) Το Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο

Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο είναι το φαινόμενο κατά το οποίο μια μεταλλική επιφάνεια απελευθερώνει ηλεκτρόνια στο περιβάλλον όταν πάνω της προσπίπτει φως.

7 Τα ηλεκτρόνια που υπάρχουν στο εσωτερικό ενός αγωγού περιφέρονται στο χώρο που καταλαμβάνει ο αγωγός, από δυνάμεις που εμποδίζουν τη διάχυσή τους στο περιβάλλον. Όταν μια δέσμη φωτός προσπίπτει πάνω στην επιφάνεια του αγωγού κάποια ηλεκτρόνια απορροφούν ενέργεια αρκετή για να υπερνικήσουν αυτές τις δυνάμεις και βγαίνουν από το μέταλλο (φωτοηλεκτρόνια).

Για τη μελέτη του φωτοηλεκτρικού φαινομένου θα χρησιμοποιήσουμε τη διάταξη του σχήματος 7.3.

Μέσα σε ένα σωλήνα υψηλού κενού ($\approx 10^{-7} atm$) τοποθετούμε δύο ηλεκτρόδια. Το πρώτο, που χρησιμεύει ως **κάθοδος**, έχει μεγάλη επιφάνεια, φέρει επίστρωση από ένα αλκαλιμέταλλο (Κ ή Cs) και όταν φωτίζεται εκπέμπει ηλεκτρόνια. Τα ηλεκτρόνια αυτά συλλέγονται από το δεύτερο ηλεκτρόδιο την **άνοδο**. Με τη βοήθεια μιας ποτενσιομετρικής διάταξης μπορούμε να μεταβάλλουμε την τάση που εφαρμόζεται στα ηλεκτρόδια. Τέλος, με ένα μικροαμπερόμετρο που παρεμβάλλεται στο κύκλωμα μπορούμε να μετρήσουμε την ένταση του ρεύματος που οφείλεται στα ηλεκτρόνια που εκπέμπει η φωτιζόμενη



Σχηματική παράσταση ενός κυκλώματος φωτοκύτταρου.
Σχήμα 7-3.

7 Αλήθεια, τι είδους δυνάμεις είναι αυτές; Αγνώστου φύσεως; Είναι άραγε τόσο δύσκολο να πούμε ότι πρόκειται για τις πασίγνωστες ηλεκτροστατικές δυνάμεις που ασκούν τα θετικά φορτισμένα ιόντα πάνω στα ηλεκτρόνια; Ωστε τουλάχιστον να μην προστίθεται ένα *αχρείαστο μυστήριο* στις αντικειμενικές δυσκολίες που έτσι κι αλλιώς θα βρει μπροστά του ο μαθητής στην προσπάθειά του να καταλάβει αυτόν τον παράξενο κβαντικό κόσμο;

κάθοδος. Όταν η κάθοδος φωτίζεται εκπέμπει ηλεκτρόνια (φωτοηλεκτρόνια) τα οποία επιταχύνονται από το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των ηλεκτροδίων (σχ. 7.3) και καταλήγουν στην άνοδο.

Πειραματικά διαπιστώνεται ότι

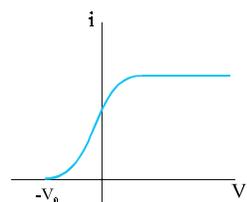
1. Εκπομπή φωτοηλεκτρονίων έχουμε μόνο όταν η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι μεγαλύτερη ή ίση μιας ορισμένης συχνότητας, η οποία είναι χαρακτηριστική για το μέταλλο. Αυτή η οριακή συχνότητα ονομάζεται **συχνότητα κατωφλίου** (f_0).
2. Ο αριθμός των ηλεκτρονίων που αποσπώνται από το μέταλλο ανά μονάδα χρόνου είναι ανάλογος της έντασης της φωτεινής ακτινοβολίας που προσπίπτει στο μέταλλο.
3. Η ταχύτητα με την οποία εξέρχονται τα ηλεκτρόνια δεν εξαρτάται από την ένταση της φωτεινής ακτινοβολίας αλλά μόνο από τη συχνότητά της και αυξάνεται όταν η συχνότητα της ακτινοβολίας μεγαλώνει.

Το **διάγραμμα 7.4** παριστάνει την ένταση του ρεύματος σε συνάρτηση με την τάση μεταξύ ανόδου καθόδου στο κύκλωμα του **σχήματος 7.3**. Παρατηρήστε ότι για τάση μηδέν έχουμε ρεύμα, που σημαίνει ότι τα φωτοηλεκτρόνια εξέρχονται από την κάθοδο με κινητική ενέργεια που τους επιτρέπει να κινηθούν μέχρι την άνοδο. Ρεύμα έχουμε και για τάσεις λίγο μικρότερες από το μηδέν. Τάση αρνητική, εδώ, σημαίνει ότι η άνοδος έχει μικρότερο δυναμικό από την κάθοδο. Στην περίπτωση αυτή το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ ανόδου - καθόδου παρεμποδίζει τα ηλεκτρόνια που εξέρχονται από την κάθοδο να φτάσουν στην άνοδο. Εφόσον για κάποιες αρνητικές τιμές της τάσης έχουμε ρεύμα, η κινητική ενέργεια ορισμένων ηλεκτρονίων, όταν εξέρχονται από την κάθοδο, είναι αρκετά μεγάλη ώστε να υπερνικήσουν το αντιτιθέμενο ηλεκτρικό πεδίο και να φτάσουν στην άνοδο. Η τάση (V_0) στην οποία διακόπτεται το ρεύμα ονομάζεται **τάση αποκοπής**.

Το φαινόμενο δε μπορεί να εξηγηθεί μόνο από το γεγονός ότι το φως είναι ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

Για να υπερνικήσει τις δυνάμεις που το συγκρατούν στο μέταλλο ένα ηλεκτρόνιο πρέπει να προσλάβει ένα ελάχιστο ποσό ενέργειας. Η ενέργεια αυτή ονομάζεται **έργο εξαγωγής** και συμβολίζεται με ϕ . Το έργο εξαγωγής ποικίλει από μέταλλο σε μέταλλο.

Το φως, ως ηλεκτρομαγνητικό κύμα, μεταφέρει ενέργεια, επομένως, είναι αναμενόμενο ότι τα ηλεκτρόνια κάποιου μετάλλου μπορούν να απορροφήσουν ενέργεια από το φως και να εξέλθουν από το μέταλλο. **Η κλασική θεωρία όμως δε μπόρεσε να ερμηνεύσει το γεγονός, ότι η εξαγωγή ηλεκτρονίων από το μέταλλο και η κινητική ενέργεια με την οποία εξέρχονται εξαρτάται** από τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας και όχι από την ενέργεια που μεταφέρει η φωτεινή δέσμη που προσπίπτει στο μέταλλο, δηλαδή από την ένταση της ακτινοβολίας.



Διάγραμμα της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με την τάση στο φωτοκύτταρο.

Σχήμα 7-4.

- 8 Και γιατί δεν μπόρεσε; Ένα ακόμα μυστήριο που όμως η εξήγησή του είναι απλούστατη και όχι μακρύτερη από δύο γραμμές. Και απολύτως αναγκαία για να καταλάβει κανείς με αναμφίβολο τρόπο ότι το αδιέξοδο της κλασικής θεωρίας είναι απόλυτο και αθεράπευτο. Ένα μεγαλειώδες φιάσκο (βλ. ΚΜ Λυκείου σ. 67). Κι ούτε λέξη βέβαια στη συνέχεια του κειμένου για το γεγονός ότι αν ίσχυε η κλασική φυσική για την εξαγωγή ηλεκτρονίων από τα μέταλλα, θα ίσχυε και για την απόσπασή τους από τα άτομά μας και τότε σίγουρα δεν θα ήμασταν εδώ για να το συζητάμε! Η πανταχού παρούσα φωτεινή ακτινοβολία -π.χ. εκείνη του ήλιου μας- θα μας είχε σκοτώσει όλους! Αν βέβαια είχε επιτρέψει ποτέ να υπάρξει ζωή στο σύμπαν! Και η σχετική εξήγηση είναι επίσης τόσο απλή που μπορούν να την καταλάβουν όλοι οι μαθητές και οι μαθήτριες! Άλλο ένα παράδειγμα του πόσο κενό γράμμα είναι η περιβόητη διερευνητική μάθηση. Όπως είπαμε και πριν, τη διερευνητική μέθοδο μας την «προσφέρει στο πιάτο» η ίδια η φυσική αλλά εμείς προτιμούμε την επιφοίτηση. Πολύ λογικό! Γιατί να κάνεις κάτι απλό και κατανοητό αν μπορείς να το κάνεις μυστηριώδες; *Ο φόβος της απλότητας;*

Το φαινόμενο ερμηνεύτηκε το 1905 από τον Einstein ο οποίος, επεκτείνοντας τις απόψεις του Planck, υπέθεσε ότι

«το φως αποτελείται από μικρά πακέτα ενέργειας, που ονομάζονται κβάντα φωτός ή φωτόνια»

Η ενέργεια κάθε φωτονίου είναι

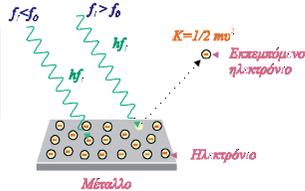
$$E = hf \quad (7.1)$$

όπου f η συχνότητά του και h η σταθερά του Planck.

Κατά τον Einstein, κάθε φωτόνιο της δέσμης που φωτίζει την κάθοδο μεταδίδει όλη του την ενέργεια hf σε ένα μόνο από τα ηλεκτρόνια του μετάλλου. Αν η ενέργεια hf του φωτονίου είναι μικρότερη από το έργο εξαγωγής, το ηλεκτρόνιο δε μπορεί να εγκαταλείψει το μέταλλο. Εάν είναι μεγαλύτερη ή ίση με το έργο εξαγωγής ϕ το ηλεκτρόνιο εγκαταλείπει το μέταλλο με κινητική ενέργεια που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$K = hf - \phi \quad \text{Φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein} \quad (7.2)$$

Κινητική ενέργεια ηλεκτρονίου	Ενέργεια προσπίπτοντος φωτονίου	Έργο εξαγωγής
$1/2 m v^2$	hf	ϕ



Σχηματική παράσταση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

Σχήμα 7-6.

Η φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein ερμηνεύει όλα τα πειραματικά δεδομένα.

Για να εξέλθει ένα ηλεκτρόνιο από το μέταλλο πρέπει

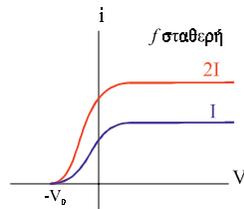
$$hf - \phi \geq 0$$

δηλαδή η ενέργεια του προσπίπτοντος φωτονίου να είναι μεγαλύτερη ή οριακά ίση με το έργο εξαγωγής $hf \geq \phi$

ή $f \geq \frac{\phi}{h}$

Η συχνότητα $f_0 = \frac{\phi}{h}$ είναι η **συχνότητα κατωφλίου**.

Αν η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι μεγαλύτερη από τη συχνότητα κατωφλίου η αύξηση της έντασης της προσπίπτουσας ακτινοβολίας συνεπάγεται αύξηση του αριθμού των φωτονίων που πέφτουν στην κάθοδο ανά μονάδα χρόνου και επομένως αύξηση του αριθμού των φωτοηλεκτρονίων που εξέρχονται από το μέταλλο στον ίδιο χρόνο. Τέλος όπως φαίνεται από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση, η κινητική ενέργεια με την οποία εξέρχονται τα ηλεκτρόνια από κάποιο μέταλλο εξαρτάται μόνο από τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.



Διάγραμμα της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με την τάση για διαφορετικές τιμές της έντασης της ακτινοβολίας. Σχήμα 7-5.

- 9 Δευτερεύον, αλλά αξίζει να το σχολιάσουμε. Γιατί δεν λέμε στον μαθητή ότι η σχέση αυτή είναι φυσικά προφανής; Μήπως επειδή την είπε ο Αϊνστάιν κι απλώς εμείς πρέπει να αποστηθίσουμε τον τύπο που έγραψε; Εκατόν είκοσι χρόνια μετά από αυτόν, δεν μπορούμε να σκεφτούμε μόνοι μας αυτό που εκείνος σκέφτηκε;

Η ορμή των φωτονίων

Στην παράγραφο 6-11 είδαμε ότι ένα σωματίο με μηδενική μάζα ηρεμίας - τέτοιο είναι το φωτόνιο - έχει ενέργεια $E = pc$. Όμως είδαμε επίσης ότι η ενέργεια ενός φωτονίου είναι $E = hf$. Εύκολα βρίσκει κανείς ότι $p = \frac{hf}{c}$. Αν λάβουμε υπόψη ότι $c = \lambda f$ καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η ορμή του φωτονίου δίνεται από τη σχέση

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (7.3)$$

Το φως στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο συμπεριφέρεται σαν ένα ρεύμα σωματιδίων (φωτονίων). Σε άλλες περιπτώσεις όμως το φως συμπεριφέρεται σαν κύμα (π.χ. δίνει φαινόμενα συμβολής). Η σχέση (7.3) είναι ιδιαίτερα σημαντική γιατί φωτίζει τη δυαδική φύση του φωτός. Συνδέει μία καθαρά σωματιδιακή ιδιότητα, όπως η ορμή, με μια καθαρά κυματική ιδιότητα, όπως το μήκος κύματος. Ο σύνδεσμος μεταξύ τους είναι η σταθερά του Planck.

(7.4.) Φαινόμενο Compton

Οι ακτίνες X

Το 1895 ο Wilhelm Röntgen (Ρέντγκεν) ανακάλυψε ότι όταν ένα μέταλλο «βομβαρδιστεί» με ηλεκτρόνια που κινούνται με μεγάλη ταχύτητα εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. Η ακτινοβολία αυτή ονομάστηκε **ακτίνες X** ή ακτίνες Röntgen. Ακτίνες X χρησιμοποιούνται καθημερινά σήμερα για την λήψη κοινών ακτινογραφιών. Οι ακτίνες X έχουν μήκη κύματος από $0,001 \text{ nm}$, έως 1 nm .

Ο μηχανισμός παραγωγής των ακτίνων X είναι ακριβώς ο αντίστροφος του φωτοηλεκτρικού φαινομένου. Στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο μια μεταλλική επιφάνεια «βομβαρδίζεται» με ηλεκτρομαγνητικό κύμα και εκπέμπει ηλεκτρόνια. Στις ακτίνες X η μεταλλική επιφάνεια «βομβαρδίζεται» με ηλεκτρόνια και εκπέμπει ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

Όταν τα ηλεκτρόνια της δέσμης φτάνουν στην επιφάνεια του μετάλλου επιβραδύνονται απότομα. Η επιβράδυνση αυτή συνοδεύεται από εκπομπή ακτινοβολίας, το φωτόνιο της οποίας θα έχει ενέργεια μικρότερη ή ίση με την ενέργεια του ηλεκτρονίου στο οποίο οφείλεται η εκπομπή του.

Υπάρχει και άλλη αιτία για την οποία εκπέμπεται ακτινοβολία από τη μεταλλική επιφάνεια. Καθώς τα ηλεκτρόνια συγκρούονται με τα άτομα της επιφάνειας του μετάλλου τους μεταφέρουν ενέργεια. Τα άτομα διεγείρονται, τα ηλεκτρόνιά τους δηλαδή μεταφέρονται σε στιβάδες μεγαλύτερης ενέργειας. Όταν αποδιεγείρονται, όταν δηλαδή τα ηλεκτρόνια επανέλθουν στην αρχική τους στιβάδα, εκπέμπουν στο περιβάλλον ενέργεια υπό μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.



Wilhelm Röntgen (1845-1923). Ολλανδία, Ελβετία, Γερμανία. Η ανακάλυψη των ομόνομων ακτίνων έφερε επανάσταση στην ιατρική. Νόμπελ Φυσικής το 1902.

Εικόνα 7-2.

- 10 Για κάποιον λόγο, ακατανόητο σε μας, το βιβλίο απεχθάνεται τη σχέση ισοδυναμίας μάζας-ενέργειας, $E = mc^2$, του Αϊνστάιν, την οποία γνωρίζει πλέον κάθε μορφωμένος πολίτης με στοιχειώδη επιστημονικά ενδιαφέροντα! Έτσι επιλέγει να χρησιμοποιήσει εδώ (για την απόδειξη του τύπου $p = h/\lambda$) μια σχέση την οποία μόνο ένας μνημένος στη σχετικότητα μπορεί να γνωρίζει. Ενώ η απόδειξη του τύπου (7.3) με χρήση της σχέσης $E = mc^2$ είναι μισή γραμμή. Λόγω της αρχής ισοδυναμίας μάζας-ενέργειας το φωτόνιο, έχοντας ενέργεια $E = hf$ σύμφωνα με τον Πλανκ, θα έχει και μια **ισοδύναμη μάζα** μ τέτοια ώστε να είναι $hf = \mu c^2 \Rightarrow \mu = hf/c^2$ οπότε, αφού κινείται με ταχύτητα c , θα έχει και μια ορμή $p = \mu c$ κι άρα θα είναι

$$p = \mu c = \frac{hf}{c^2} \cdot c = \frac{hf}{c} = \frac{h}{(c/f)} = \frac{h}{\lambda}$$

όπου χρησιμοποιήσαμε και τη γνωστή σχέση $\lambda f = c$. Επιπλέον, η παραπάνω απόδειξη είναι φυσικά κατανοητή και πολλαπλά διαφωτιστική και χρήσιμη σε πολλά σημεία του μαθήματος (π.χ. φαινόμενο Compton αλλά και υπολογισμός ταχυτήτων των φωτοηλεκτρονίων στο σχετικό φαινόμενο).

11 Η σκέδαση Compton (Κόμπτον)

Η ύπαρξη φωτονίων επιβεβαιώθηκε πειραματικά το 1924 από τον Αμερικανό Arthur Holly Compton. Ο Compton παρατήρησε ότι όταν ακτίνες X προσπίπτουν πάνω σε μια υλική επιφάνεια ένα μέρος τους εκτρέπεται από τα σωματίδια της ύλης (σκεδαάζεται). Ο Compton διαπίστωσε ότι το σκεδαζόμενο τμήμα της ακτινοβολίας έχει μήκος κύματος μεγαλύτερο από το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας (μικρότερη συχνότητα). Οι μετρήσεις του Compton έδειξαν ότι η μεταβολή του μήκους κύματος ανάμεσα στην προσπίπτουσα και τη σκεδαζόμενη δέσμη εξαρτάται μόνο από τη γωνία ανάμεσα στις δύο δέσμες και μάλιστα υπακούει στη σχέση

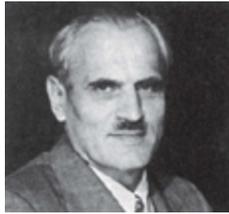
$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \varphi)$$

όπου λ' το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης δέσμης, λ το μήκος κύματος της προσπίπτουσας δέσμης, m η μάζα του ηλεκτρονίου και φ η γωνία μεταξύ προσπίπτουσας και ανακλώμενης δέσμης.

Σύμφωνα με την κλασική θεωρία ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα συχνότητας f που προσπίπτει σ' ένα υλικό αναγκάζει τα ηλεκτρόνια του υλικού να ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα και, επακόλουθα, να παράγουν με τη σειρά τους σαν μικρές κεραίες, ηλεκτρομαγνητικό κύμα της ίδιας συχνότητας f . Η κλασική θεωρία, λοιπόν, θα περίμενε η σκεδαζόμενη δέσμη να έχει την ίδια συχνότητα και, αντίστοιχα, ίδιο μήκος κύματος με την προσπίπτουσα δέσμη.

Τα πράγματα φωτίζονται αν δούμε την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία ως ρεύμα φωτονίων, δηλαδή σωματίων με μηδενική μάζα ηρεμίας που μεταφέρουν ενέργεια και ορμή. Τότε το πρόβλημα της σκέδασης της ακτινοβολίας μετατρέπεται σε πρόβλημα κρούσης ανάμεσα σ' ένα φωτόνιο και ένα ηλεκτρόνιο.

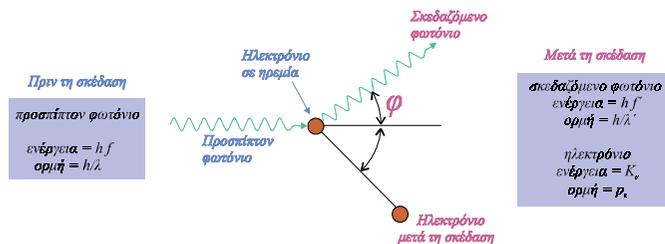
Ας υποθέσουμε ότι ένα φωτόνιο μήκους κύματος λ συγκρούεται μ' ένα πρακτικώς ακίνητο ηλεκτρόνιο (σχ. 7.7). Μετά τη σκέδαση το φωτόνιο κινείται σχηματίζοντας γωνία φ με την αρχική διεύθυνση κίνησης και έχοντας χάσει τμήμα της αρχικής του ενέργειας αφού ένα μέρος της αρχικής του ενέργειας θα μεταφερθεί στο ηλεκτρόνιο. Το σκεδαζόμενο φωτόνιο θα έχει μετατραπεί σε φωτόνιο μήκους κύματος λ' με $\lambda' > \lambda$. Κατά τη διάρκεια της σκέδασης πρέπει να διατηρηούνται η ενέργεια και η ορμή του συστήματος.



Arthur Holly Compton (1892-1962) Αμερική.

Εικόνα 7.3

- 11 Γενικό σχόλιο: Η θεωρητική περιγραφή του φαινομένου είναι αξιοπρεπέστατη (όπως και οι σχετικές ασκήσεις στην Τράπεζα θεμάτων). Απλώς έπρεπε να τονίζεται με μεγαλύτερη έμφαση ότι με το πείραμα Compton –ακριβώς επειδή είναι πείραμα σύγκρουσης όπου παίζει ρόλο όχι μόνο η ΑΔΕ αλλά και η ΑΔΟ– είναι το κατ' εξοχήν κατάλληλο για να αποδειχθεί ότι το φωτεινό κβάντο έχει όχι μόνο ενέργεια αλλά και ορμή, και επομένως είναι σωματίδιο με την πλήρη σημασία του όρου.



Σχήμα 7-7.

Το φωτόνιο έχει πριν τη σκέδαση ενέργεια $E = hf = hc / \lambda$ και μετά τη σκέδαση $E' = hc / \lambda'$. Θα πρέπει λοιπόν να ισχύει

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + K_e$$

όπου K_e η κινητική ενέργεια του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου. Επειδή το ηλεκτρόνιο μετά την κρούση μπορεί να κινείται με ταχύτητα που πλησιάζει την ταχύτητα του φωτός καλό είναι να χρησιμοποιήσουμε τη **σχέση 6.17** για την κινητική του ενέργεια οπότε

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2 \quad (7.4)$$

Η ορμή του φωτονίου πριν είναι $p = E/c = h/\lambda$ και η ορμή του φωτονίου μετά είναι $p' = h/\lambda'$. Η ορμή του ηλεκτρονίου θα είναι σύμφωνα με τη **σχέση (6.15)** $p_e = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$.

Η διατήρηση της ορμής σε διανυσματική μορφή δίνει

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}' + \mathbf{p}_e$$

$$\mathbf{p}_e = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$$

οπότε

Χρησιμοποιώντας τον νόμο του συνημίτονου στο διανυσματικό διάγραμμα του **σχήματος 7.8** προκύπτει

$$p_e^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \varphi$$

Δηλαδή

$$\frac{m^2 v^2}{1-v^2/c^2} = \frac{h^2}{\lambda^2} + \frac{h^2}{\lambda'^2} - \frac{2h^2}{\lambda\lambda'} \cos \varphi \quad (7.5)$$

Από τις (7.4) και (7.5), αν απαλείψουμε το v , προκύπτει η σχέση

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \varphi)$$

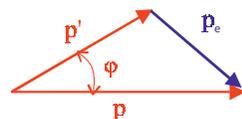
Παράδειγμα 7.2

Δέσμη ακτίνων X με $\lambda = 0,1 \text{ nm}$ (10^{-10} m) σκεδάζεται από επιφάνεια άνθρακα. Η σκεδασθείσα δέσμη σχηματίζει γωνία 90° με την προσπίπτουσα. Να βρεθούν :

- Η ενέργεια και η ορμή των φωτονίων της προσπίπτουσας δέσμης.
- Το μήκος κύματος, η ενέργεια και η ορμή του φωτονίου της σκεδασμένης δέσμης.
- Η κινητική ενέργεια που προσδίδεται σε ένα ανακρουόμενο ηλεκτρόνιο.

Απάντηση :

$$12 \text{ α) } E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) \cdot (3 \times 10^8 \text{ m/s})}{10^{-10} \text{ m}} = 19,878 \times 10^{-16} \text{ J} = 12424 \text{ eV}$$



Σχήμα 7-8.

- 12 Πώς ξεφύτρωσαν τα eV ξαφνικά χωρίς να έχουν οριστεί πουθενά; Και χωρίς να χρησιμοποιούνται ενεργά στη συνέχεια παρά μόνο στο τελευταίο ερώτημα; Και γιατί σ' αυτό το ερώτημα να χρειαζόμαστε eV και όχι Joule; Τουλάχιστον λίγη συνέπεια δεν θα έβλαπτε! Διότι είτε θεωρούμε παιδαγωγικά σκόπιμο να δουλεύουν οι μαθητές μόνο με τις μονάδες του SI –οπότε τα eV δεν πρέπει να εμφανίζονται πουθενά (ούτε στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο) – είτε καταλαβαίνουμε την απλότητα του eV και την αξιοποιούμε πλήρως. Αλλά να μετακινούμαστε διαρκώς από τα Joule στα eV και αντίστροφα είναι απλώς μια *παιδαγωγική βαβέλ* που μαρτυρεί την απουσία οποιουδήποτε παιδαγωγικού προβληματισμού πάνω στο θέμα. Ενώ βέβαια τίθεται εκ των πραγμάτων κι ένα *σοβαρό ερώτημα* γιατί ακυρώθηκαν οι αρχικές οδηγίες διδασκαλίας του 2022-23 οι οποίες συνιστούσαν το eV ως μονάδα ενέργειας, σε συνδυασμό με τον πρακτικό τύπο $E(\text{eV}) = 1200/\lambda(\text{nm})$. Δίνουν λόγο σε κανέναν οι υπεύθυνοι αυτών των αλλαγών ή το σκεπτικό των αποφάσεών τους είναι κρατικό μυστικό;

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{10^{-10} \text{ m}} = 6,626 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}$$

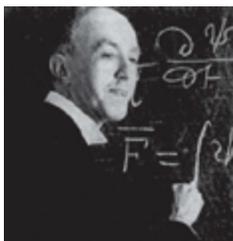
$$\beta) \quad \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \sigma \nu \nu \phi)$$

$$\text{άρα} \quad \lambda' = \lambda + \frac{h}{mc} (1 - \sigma \nu \nu \phi) = 10^{-10} \text{ m} + \frac{6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \cdot (3 \times 10^8 \text{ m} / \text{s})} = 1,024 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$E' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{(6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) \cdot (3 \times 10^8 \text{ m} / \text{s})}{1,024 \times 10^{-10} \text{ m}} = 19,412 \times 10^{-16} \text{ J} = 12133 \text{ eV}$$

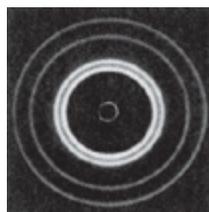
$$p' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1,024 \times 10^{-10} \text{ m}} = 6,471 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}$$

$$\gamma) \quad K_e = E - E' = 291 \text{ eV}$$

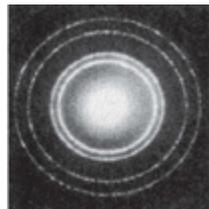


Πρίγκιπας Louis de Broglie (1892-1987). Γάλλος αριστοκρατικής καταγωγής. Βραβείο Νόμπελ 1929.

Εικόνα 7-4.



(α)



(β)

(α) Εικόνα περίθλασης ακτίνων X. (β) Εικόνα περίθλασης δέσμης ηλεκτρονίων.

Εικόνα 7-5.

13 (7.5) Η Κυματική Φύση της Ύλης

Είκοσι περίπου χρόνια μετά την υπόθεση του Einstein ότι ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα, όπως το φως, έχει σωματιδιακή υπόσταση, στα 1924, ο Γάλλος Louis de Broglie (Λουί ντε Μπρολί) πιστεύοντας στη συμμετρία της φύσης έθεσε το αξίωμα ότι οποιοδήποτε σωματίο ορμής p είναι συνδεδεμένο με ένα κύμα μήκους κύματος λ που δίνεται από τη σχέση

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Η υπόθεση de Broglie δεν άργησε να επαληθευθεί. Το 1927, στην Αμερική, οι Davisson και Germer διαπίστωσαν ότι μία δέσμη ηλεκτρονίων που κινούνται με μεγάλη ταχύτητα περιθλάται με τρόπο ανάλογο με αυτόν που περιθλάται μια δέσμη ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, μια δέσμη ακτίνων X για παράδειγμα. Σύντομα, νέα πειράματα έδειξαν ότι κυματική συμπεριφορά παρουσιάζουν και δέσμες σωματιδίων α και δέσμες νετρονίων. Τα αποτελέσματα ήταν τέτοια που δεν άφηναν κανένα περιθώριο να αμφισβητηθεί ότι τα σωματίδια έχουν και κυματική φύση.

Παράδειγμα 7.3

Ποιο μήκος κύματος προβλέπει η υπόθεση de Broglie α) για μία μπάλα του μπάσκετ, μάζας 1 kg , που κινείται με ταχύτητα 3 m/s , β) για τη σφαίρα ενός πυροβόλου όπλου μάζας 20 g που κινείται με ταχύτητα 300 m/s , γ) ένα ηλεκτρόνιο μάζας $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ που έχει ταχύτητα $7 \times 10^6 \text{ m/s}$.

- 13 Γενικό Σχόλιο: Όπως θα δούμε και με την αρχή της αβεβαιότητας λίγο μετά, έτσι και τώρα με την «αδελφή αρχή» του κυματοσωματιδιακού δυϊσμού, δεν συζητάται ούτε τηλεγραφικά η θεμελιώδης σημασία της για να είναι ο κόσμος μας αυτός που είναι. Να συζητηθεί π.χ. το πώς η αρχή αυτή οδηγεί φυσιολογικά στην *κβάντωση της ενέργειας* και πώς η κβάντωση αυτή εξηγεί με τη σειρά της το *μυστήριο της ατομικής σταθερότητας*. Το μεγαλύτερο μυστήριο που αντιμετώπισε ποτέ το ανθρώπινο μυαλό. Αυτό που είναι το κεντρικό χαρακτηριστικό της θεμελιώδους επιστήμης – η διάκριση του σημαντικού από το δευτερεύον ή το ασήμαντο – να λάμπει με την απουσία του από το σχολικό βιβλίο. Ωστε αν ερωτηθείς γιατί είναι σημαντική η αρχή του κυματοσωματιδιακού δυϊσμού ή η αρχή της αβεβαιότητας να μην μπορείς να αρθρώσεις ούτε λέξη. Ούτε ως μαθητής, ούτε ως δάσκαλος! (Βλ. και ΚΜ Λυκείου, σ. 112.)

Απάντηση :

Και τα τρία σώματα, ακόμη και το ηλεκτρόνιο, κινούνται με ταχύτητες σημαντικά μικρότερες της ταχύτητας του φωτός, δε χρειάζεται λοιπόν να χρησιμοποιήσουμε τη σχετικιστική σχέση για την ορμή.

$$\alpha) \lambda_1 = \frac{h}{p_1} = \frac{6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(1 \text{ kg}) \cdot (3 \text{ m/s})} = 2,21 \times 10^{-34} \text{ m}$$

$$\beta) \lambda_2 = \frac{h}{p_2} = \frac{6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(20 \times 10^{-3} \text{ kg}) \cdot (3 \times 10^2 \text{ m/s})} = 1,1 \times 10^{-32} \text{ m}$$

$$14) \gamma) \lambda_3 = \frac{h}{p_3} = \frac{6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \cdot (7 \times 10^6 \text{ m/s})} = 1,04 \times 10^{-10} \text{ m}$$

Από τα δύο πρώτα αποτελέσματα βλέπουμε ότι ένα σώμα του μακρόκοσμου συνδέεται με μήκος κύματος τόσο μικρό που μάλλον δεν θα μπορέσουμε να το ανιχνεύσουμε ποτέ. **Έτσι μπορούμε να πούμε ότι η υπόθεση του de Broglie για την κυματική φύση της ύλης έχει ουσιαστικά εφαρμογή μόνο για σωμάτια ατομικής και υποατομικής κλίμακας.**

(7.6.) Αρχή της Αβεβαιότητας

15) **Είδαμε ότι τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα συμπεριφέρονται άλλοτε σαν κύματα και άλλοτε σαν δέσμες σωματιδίων.** Επίσης δέσμες κλασικών σωματιδίων, όπως τα ηλεκτρόνια, έχουν και κυματική συμπεριφορά. Μπορούμε να πούμε ότι η ύλη, με την ευρύτερη έννοια (συμπεριλαμβάνοντας και την ενέργεια), έχει διπλή οντότητα -σωματιδιακή και κυματική. Πρόκειται για ένα συμπέρασμα πολύ καλά θεμελιωμένο πειραματικά.

Κάτω από μια τέτοια θεώρηση προκύπτει ένα σημαντικό πρόβλημα. Ένα σωματίδιο, όπως το αντιλαμβάνονται οι κλασικοί φυσικοί, είναι κάτι του οποίου η θέση στο χώρο ήταν αυστηρά προσδιορισμένη. Αντίθετα, ένα κύμα εκτείνεται στο χώρο. Ένα σωματίδιο με κυματική συμπεριφορά πού βρίσκεται; Η απάντηση της κβαντικής θεωρίας, όσο κι αν μας σοκάρει, είναι:

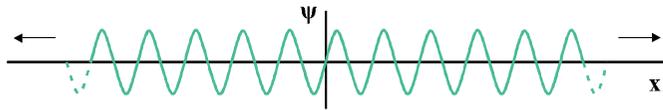
16) **«δεν μπορούμε να γνωρίζουμε πού ακριβώς βρίσκεται.»**

Ας θεωρήσουμε ένα σωματίδιο που έχει κάποια συγκεκριμένη χρονική στιγμή ορμή p παράλληλη στον άξονα των x . Σύμφωνα με την υπόθεση de Broglie και τη σχέση $\lambda = \frac{h}{p}$, εάν γνωρίζουμε επακριβώς την ορμή του σωματιδίου αυτό θα συνδέεται και με ένα κύμα με επακριβώς ορισμένο μήκος κύματος λ . Η εξίσωση που περιγράφει το στιγμιότυπο ενός τέτοιου κύματος στο χώρο τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι $\psi = A \eta \mu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ και η γραφική της παράσταση είναι αυτή του σχήματος 7.9.

14) Δευτερεύον, αλλά καλό θα ήταν να γνωρίζει ο μαθητής τι σχέση έχει αυτό το 10^{-10} m με τα μήκη που εμφανίζονται στον ατομικό και υποατομικό μικρόκοσμο. Δηλαδή με τα μεγέθη των ατόμων ή των πυρήνων, τα οποία δεν αναφέρονται πουθενά σε τούτο το κεφάλαιο.

15) Μια άστοχη διατύπωση η οποία ενθαρρύνει την εντύπωση ότι τα ΗΜ κύματα είναι «τρελές» οντότητες που άλλοτε αποφασίζουν να συμπεριφέρονται έτσι και άλλοτε αλλιώς! Ενώ είναι πασίγνωστο –όπως και στα κλασικά κύματα– υπό ποιες συνθήκες είναι έντονη η κυματική τους συμπεριφορά και υπό ποιες όχι. Γνωρίζουμε, παραδείγματος χάριν, ότι όταν τα κύματα περνάνε από σχισμές με άνοιγμα μικρότερο από το μήκος κύματός τους υφίστανται έντονη περίθλαση (και η κυματική τους φύση είναι τότε πολύ έκδηλη), ενώ αν η σχισμή είναι πολύ μεγαλύτερη, η περίθλαση είναι αμελητέα και το κύμα ακολουθεί την ευθύγραμμη διάδοση όπως αν ήταν μια δέσμη σωματιδίων. Επομένως, εκφράσεις του τύπου «άλλοτε σαν κύματα και άλλοτε σαν σωματίδια» μόνο σύγχυση προκαλούν και πρέπει να αποφεύγονται.

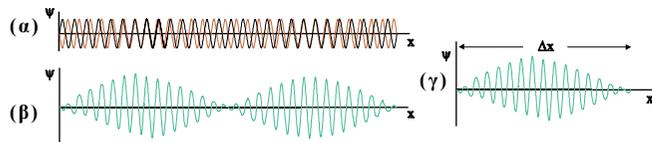
16) Όμως, αν δεν πεις πρώτα την πιθανοκρατική ερμηνεία της ψ –ότι δηλαδή είναι $P = |\psi(x)|^2$ –, τότε αφήνεις να εννοηθεί ότι τα σωματίδια στον μικρόκοσμο κάνουν ό,τι τους... καπνίσει! Ενώ, αντίθετα, γνωρίζουμε ότι η πιθανότητα να βρεθούν εδώ ή εκεί είναι αντικειμενικά καθορισμένη από την κυματοσυνάρτησή τους, η οποία μάλιστα εξελίσσεται στον χρόνο με αυστηρά αιτιοκρατικό τρόπο, ο οποίος περιγράφεται από την εξίσωση Σρέντιγκερ. Και ισχύει επίσης ότι φυσικές ποσότητες όπως π.χ. η ενέργεια (που έχουν και τη μεγαλύτερη φυσική σημασία) παίρνουν προκαθορισμένες τιμές χωρίς καμιά απροσδιοριστία. Και έτσι εξηγείται βεβαίως το γεγονός ότι ζούμε σε έναν τόσο προβλέψιμο κόσμο –και έχουμε δημιουργήσει μια κβαντική τεχνολογία αδιανόητης ακρίβειας– παρότι η θεωρία που τον κυβερνά έχει τις πιθανότητες στα ίδια της τα θεμέλια (βλ. σχετική συζήτηση και στο βιβλίο μας *Ο Βομβιστής κι ο Στρατηγός*, σ. 239).



Η αβεβαιότητα της θέσης, Δx , είναι άπειρη.
Σχήμα 7-9.

Το σωματίδιο εκτείνεται από το $-\infty$ στο $+\infty$. Πού βρίσκεται το σωματίδιο που είναι συνδεδεμένο με αυτό το κύμα; Μπορεί να βριστεί οπουδήποτε.

Για να μη καταστρέψουμε εντελώς τη σωματιδιακή εικόνα χρειαζόμαστε κύματα περιορισμένα στο χώρο. Θα ονομάζουμε αυτά τα κύματα **κυματοπακέτα**. Μπορούμε να φτιάξουμε και να περιγράψουμε μαθηματικά οποιαδήποτε κυματομορφή με τη μέθοδο της υπέρθεσης συνδυάζοντας κατάλληλα διάφορα κύματα με επιλεγμένα μήκη κύματος πλάτη και φάσεις. Υπάρχει όμως κάποιος περιορισμός. Όσο πιο εντοπισμένο στο χώρο (πιο σωματιδιακό) θέλουμε να είναι το κυματοπακέτο τόσο περισσότερα και πιο διασκορπισμένα μήκη κύματος πρέπει να χρησιμοποιήσουμε (σχ. 7.10). Πληρώνουμε δηλαδή τον εντοπισμό της θέσης του σωματιδίου-κύματος με απροσδιοριστία στο μήκος κύματος που του αντιστοιχίζουμε και - κατ' επέκταση - στην ορμή του $\left(p = \frac{h}{\lambda}\right)$.



(α) Οι κόκκινες και οι μαύρες γραμμές δείχνουν κύματα με πολύ μικρή διαφορά στο μήκος κύματός τους. Η υπέρθεσή τους δίνει το κύμα (β) (διακρότημα). Με την υπέρθεση μεγάλου αριθμού κυμάτων μπορούμε να συνθέσουμε ένα κυματοπακέτο, όπως αυτό του σχήματος (γ), με περιορισμένη αβεβαιότητα Δx ως προς τη θέση του στο χώρο.

Σχήμα 7-10.

Η αδυναμία μας να προσδιορίσουμε επακριβώς ταυτόχρονα τη θέση και την ορμή ενός σωματιδίου δεν οφείλεται σε πειραματικές ατέλειες. Είναι σύμφυτη με την ίδια την κβαντική δομή της ύλης.

Ο Heisenberg το 1927 κωδικοποίησε τα παραπάνω διατυπώνοντας την **αρχή της αβεβαιότητας** (ή απροσδιοριστίας) με τη σχέση:

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{2\pi}$$

Δεν είναι δυνατόν να μετρήσουμε ταυτόχρονα και τη θέση και την ορμή ενός σωματιδίου με απεριορίστη ακρίβεια.

Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι τα σύμβολα Δx και Δp_x δε σημαίνουν τη μεταβολή των μεγεθών αλλά το εύρος της αβεβαιότητας με



Werner Heisenberg (1901-1976) Γερμανία. Σε ηλικία περίπου είκοσι χρονών ολοκλήρωσε τη βασική του εργασία για την κβαντική θεωρία. Βραβείο Νόμπελ για την αρχή της αβεβαιότητας το 1932.

Εικόνα 7-6.

- 17 Το ότι η γραφή αυτή είναι εσφαλμένη κατά έναν παράγοντα $\frac{1}{2}$ (είναι δηλαδή $\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{4\pi}$ είναι απλώς ένα τυπογραφικό λάθος που δεν αξίζει να σχολιαστεί. Το πραγματικό πρόβλημα για μας είναι άλλο: Το πώς *ταλαιπωρείται* η αρχή της αβεβαιότητας τόσο στο επίπεδο της περιγραφής του περιεχομένου της (τι λέει και τι δεν λέει) κι ακόμα περισσότερο στο επίπεδο του ρόλου της στον φυσικό κόσμο για τον οποίο η σιγή του βιβλίου είναι απόλυτη! Επιπλέον, χωρίς την πιθανοκρατική ερμηνεία, η οποία δίνεται στην επόμενη παράγραφο, η αρχή της αβεβαιότητας δεν έχει καν νόημα αφού είναι συνέπεια της. Ανακολουθίες και πρωτόστερα τα οποία μαρτυρούν για άλλη μια φορά ότι κανένα έμπειρο μάτι δεν είδε το βιβλίο πριν την κυκλοφορία του. Σε κάθε περίπτωση, ο συνάδελφος εκπαιδευτικός που συμμερίζεται την ιεράρχηση σημαντικού και δευτερεύοντος η οποία χαρακτηρίζει τη δική μας παιδαγωγική φιλοσοφία, μπορεί να διαβάσει το κεφ. 5 του βιβλίου μας (ΚΜ Λυκείου), με το συμπέρασμά μας να είναι σαφές. Η αρχή της αβεβαιότητας είναι η *θεμελιώδης αρχή του σύμπαντος* κι αν αυτή δεν διδαχθεί σωστά και με έμφαση στον κεντρικό της ρόλο στη φύση, τότε το μάθημα της κβαντομηχανικής θα είναι κυριολεκτικά λοβοτομημένο. Άλλη μια χαμένη ευκαιρία να αναζωογονηθεί το ενδιαφέρον των μαθητών για τη φυσική.

την οποία γνωρίζουμε τα μεγέθη. Ανάλογες σχέσεις ισχύουν και για τις άλλες διευθύνσεις $\left(\Delta p_y \cdot \Delta y \geq \frac{h}{2\pi}, \Delta p_z \cdot \Delta z \geq \frac{h}{2\pi} \right)$.

Μία άλλη διατύπωση της αρχής της αβεβαιότητας του Heisenberg είναι η

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$$

- 18 **Η αβεβαιότητα στη μέτρηση της ενέργειας μιας κατάστασης ενός συστήματος είναι αντίστροφα ανάλογη με τον χρόνο που το σύστημα παραμένει σ' αυτή την κατάσταση.**

- 19 **Δηλαδή όλες οι μετρήσεις ενέργειας περιέχουν μια αβεβαιότητα, εκτός αν διαθέτουμε για τη μέτρηση άπειρο χρόνο.**

Σε ένα διεγερμένο άτομο ένα ή περισσότερα ηλεκτρόνια δε βρίσκονται στη θεμελιώδη τους κατάσταση, αλλά σε κατάσταση μεγαλύτερης ενέργειας. Όταν ένα τέτοιο ηλεκτρόνιο μεταπηδήσει στη θεμελιώδη του κατάσταση, εκπέμπει ένα φωτόνιο ενέργειας hf , ίσης με τη διαφορά ενέργειας των δύο καταστάσεων στις οποίες βρέθηκε.

Ένα διεγερμένο άτομο εκπέμπει ακτινοβολία όταν ένα ή περισσότερα ηλεκτρόνια που δεν βρίσκονται στη θεμελιώδη κατάσταση επιστρέψουν σ' αυτή. Σε κάθε τέτοιο «κβαντικό άλμα» εκπέμπεται ένα φωτόνιο. Η μελέτη των φασμάτων εκπομπής δείχνει ότι οι φασματικές γραμμές δεν είναι αυστηρά καθορισμένες αλλά η κάθε μια εμφανίζει ένα φυσικό εύρος. Το εύρος των φασματικών γραμμών μπορεί να εξηγηθεί με την αρχή της αβεβαιότητας.

Ένα διεγερμένο άτομο μπορεί να εκπέμψει ένα φωτόνιο οποιαδήποτε στιγμή στο χρονικό διάστημα από μηδέν μέχρι άπειρο. Ο μέσος χρόνος στον οποίο ένας μεγάλος αριθμός διεγερμένων ατόμων εκπέμπει ακτινοβολία είναι της τάξης του 10^{-8} s.

Από τη σχέση $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$ και επειδή $\Delta E = h \Delta f$ προκύπτει

$$h\Delta f \geq \frac{h}{2\pi \Delta t} \quad \text{και} \quad \Delta f \geq \frac{1}{2\pi \Delta t}$$

θέτοντας όπου $\Delta t = 10^{-8}$ s έχουμε

$$\Delta f \geq 1,6 \times 10^7 \text{ Hz}$$

όπου $1,6 \times 10^7 \text{ Hz}$ είναι το ελάχιστο εύρος της φασματικής γραμμής.

Παράδειγμα 7.4

Ένα ηλεκτρόνιο κινείται με ταχύτητα $3 \times 10^5 \text{ m/s}$ μετρημένη με ακρίβεια 0,1%. Με ποια ακρίβεια μπορούμε να προσδιορίσουμε τη θέση του; Εάν στη θέση του ηλεκτρονίου έχουμε μια μπάλα του γκολφ που έχει μάζα 45 g και κινείται με ταχύτητα 20 m/s, μετρημένη με την ίδια ακρίβεια, με ποια ακρίβεια μπορούμε να υπολογίσουμε τη θέση της;

- 18 Μια πολύ ασαφής διατύπωση: Το ΔE στην αρχή της αβεβαιότητας χρόνου-ενέργειας αναφέρεται στην εγγενή αβεβαιότητα την οποία δεν μπορεί παρά να έχει κάθε κβαντικό σύστημα μ' έναν πεπερασμένο μέσο χρόνο ζωής τ (βλ. ΚΜ Λυκείου σ. 159).

- 19 Οπότε, ούτε η ενέργεια της θεμελιώδους στάθμης θα μπορεί να έχει αυστηρά καθορισμένη τιμή αφού ποιος διαθέτει άπειρο χρόνο για να τη μετρήσει; Κι όμως, για τη θεμελιώδη στάθμη είναι αυστηρά $\Delta E = 0$ (!) Διερωτώμαι τι καταλαβαίνει ένας «αθώος αναγνώστης» όταν τα διαβάζει όλα αυτά! Σημειώνουμε λοιπόν ότι η αρχή αβεβαιότητας χρόνου-ενέργειας είναι πιο μπελαλίδικη εννοιολογικά από την αρχή αβεβαιότητας θέσης-ορμής, γι' αυτό και χρειάζεται προσεκτικότερη παρουσίαση του περιεχομένου της αν δεν θέλουμε να καταμπερδέψουμε δασκάλους και μαθητές. (Βλ. σχετική συζήτηση στο βιβλίο μας ΚΜ Λυκείου σ. 159-169).

Απάντηση :

$$\alpha) p_x = m_e v_x = (9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \cdot (3 \times 10^5 \text{ m/s}) = 27,33 \times 10^{-26} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Η αβεβαιότητα Δp_x θα είναι το 0,1 % της παραπάνω τιμής δηλαδή $27,33 \times 10^{-29} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

Η αβεβαιότητα Δx στη θέση θα είναι το λιγότερο

$$\Delta x = \frac{h}{2\pi \cdot \Delta p_x} = \frac{6,626 \times 10^{-34} \text{ J/s}}{6,28 \cdot 27,33 \times 10^{-29} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 0,38 \times 10^{-4} \text{ m}.$$

Για τις διαστάσεις του ηλεκτρονίου η αβεβαιότητα θέσης είναι τεράστια. Πρόκειται για ένα ηλεκτρόνιο που δεν θα το βρούμε ποτέ. Είναι σα να ψάχνεις ψύλλους στ' άχυρα.

β) Με την ίδια διαδικασία, για το μπαλάκι του γκολφ βρίσκουμε αβεβαιότητα ως προς τη θέση $\Delta x \cong 1,16 \times 10^{-27} \text{ m}$.

Για ένα σώμα των διαστάσεων της μπάλας του γκολφ η αβεβαιότητα αυτή είναι μηδαμινή. Πρακτικά γνωρίζουμε με ακρίβεια τη θέση του.

20

(7.7.) Κυματοσυνάρτηση και Εξίσωση Schrödinger (Σρέντινγκερ)

Είδαμε ότι ένα υποατομικό σωματίδιο, για παράδειγμα ένα ηλεκτρόνιο, δε μπορεί να περιγραφεί σαν υλικό σημείο, με τρεις συντεταγμένες στο χώρο. **Υπό ορισμένες συνθήκες συμπεριφέρεται σαν κύμα.** Για την περιγραφή του χρειαζόμαστε μία **κυματοσυνάρτηση** σε αναλογία με την εξίσωση κύματος που χρησιμοποιούμε για την περιγραφή ενός μηχανικού ή ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Την κυματοσυνάρτηση αυτή θα τη συμβολίζουμε με Ψ .

Η κυματοσυνάρτηση είναι μία συνάρτηση της θέσης και του χρόνου $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$.

Στα μηχανικά κύματα η εξίσωση κύματος μάς δίνει για κάθε χρονική στιγμή τη θέση κάθε σημείου του υλικού μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα. Στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα οι εξισώσεις κύματος που τα περιγράφουν μας δίνουν για κάθε χρονική στιγμή την τιμή της έντασης του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου σε κάθε σημείο του χώρου στον οποίο διαδίδεται το κύμα. Η κυματοσυνάρτηση Ψ όμως που περιγράφει ένα σωματίδιο-κύμα δεν σχετίζεται με κάποιο μέσον διάδοσης ούτε με κάποιες ιδιότητες του χώρου. Είναι δύσκολο να της αποδώσουμε κάποια φυσική σημασία. Μπορούμε μόνο να περιγράψουμε πώς σχετίζεται με τα φυσικά παρατηρούμενα φαινόμενα.

Για κάποιο συγκεκριμένο σημείο, ορισμένη χρονική στιγμή η κυματοσυνάρτηση θα έχει μια συγκεκριμένη τιμή. **Ο Max Born πρότεινε να ερμηνεύσουμε το τετράγωνο του μέτρου της κυματοσυνάρτησης**

22

20 Τελικό σχόλιο για την αρχή της αβεβαιότητας. Το είπαμε και πριν: Από την πιο θεμελιώδη αρχή του σύμπαντος –αυτήν που εξηγεί από τη σταθερότητα και το ασυμπιέστο των ατόμων έως το μυστήριο της μακροβιότητας των άστρων– το σχολικό μας βιβλίο αυτά μόνο έχει να πει στους μαθητές μας!!! Κι αν τουλάχιστον η εξήγηση των συνεπειών της αρχής της αβεβαιότητας στον φυσικό κόσμο ήταν δύσκολη, θα υπήρχε μια δικαιολογία. Αλλά συμβαίνει ακριβώς το αντίθετο, όπως μπορείτε να δείτε μόνοι σας στο βιβλίο ΚΜ Λυκείου, Κεφ. 5. Και μόνο η μεταχείριση της αρχής της αβεβαιότητας από το σχολικό βιβλίο είναι επαρκές τεκμήριο για την ακαταλληλότητά του. Κι όμως συνεχίζει να είναι εκεί και όλες οι επιλογές του να αναπαράγονται από τα φροντιστηριακά βιβλία ενώ θα τις δούμε σύντομα και στα βιβλία που βρίσκονται υπό συγγραφήν!

21 Πάλι η μεταφυσική των κβαντικών σωματιδίων που άλλοτε συμπεριφέρονται έτσι και άλλοτε αλλιώς, χωρίς κανείς να μας λέει ότι *μας είναι απολύτως γνωστό* το πότε θα συμπεριφερθούν έτσι και πότε αλλιώς. Δείτε και σημείωση #(15).

22 Προσέξτε: *Ο Born πρότεινε!* Γιατί το πρότεινε και γιατί αυτή η ερμηνεία και όχι άλλη κι επίσης ποιο ήταν το μυστήριο που αυτή η ερμηνεία έλυσε, ούτε λέξη! Η επιστημονική ανακάλυψη πάλι ως επιφοίτηση!!! Και όμως η εξήγηση είναι εξαιρετικά απλή όσο κι αν το αποτέλεσμα της είναι σοκαριστικό. Ότι ζούμε σ' έναν κόσμο στον οποίο οι πιθανότητες είναι εγκατεστημένες στα ίδια τα θεμέλια του (βλ. π.χ. ΚΜ Λυκείου σ. 117). Αλλά το είπαμε και πριν: *Ο φόβος της απλότητας!* Μια αχλή μυστηρίου πρέπει να καλύπτει τα πράγματα! Η *Νέα Παιδαγωγική* να υποθέσουμε ή μήπως η... πανάρχαια; Εξάλλου το είχε πει ένας καθηγητής παιδαγωγικών αρκετές δεκαετίες πριν, υπερασπιζόμενος τη χρήση της καθαρεύουσας. «Διότι πρέπει να υπάρχει τι το μυστηριώδες εις τας σχέσεις μεταξύ αρχόντων και αρχομένων». Μερικά πράγματα είναι τελικά πολύ... αρχαία!

σαν την πιθανότητα θέσης ανά μονάδα όγκου. Δηλαδή, αν ορίσουμε έναν στοιχειώδη όγκο dV γύρω από ένα συγκεκριμένο σημείο (x, y, z) το γινόμενο $|\Psi|^2 dV$ δίνει την πιθανότητα να βρίσκεται το σωματίδιο μέσα στον όγκο dV στη δεδομένη χρονική στιγμή.

Αν χωρίσουμε το σύνολο του χώρου σε στοιχειώδεις όγκους dV και σε κάθε σημείο του χώρου βρούμε την τιμή της Ψ για κάποια χρονική στιγμή το άθροισμα των γινομένων $|\Psi|^2 dV$ πρέπει να είναι ίσο με τη μονάδα.

$$\sum |\Psi|^2 dV = 1$$

Δηλαδή η πιθανότητα να βρίσκεται το σωματίδιο κάπου στο χώρο είναι ίση με τη μονάδα. Με απλά λόγια κάθε χρονική στιγμή το σωματίδιο σίγουρα βρίσκεται κάπου. Η παραπάνω σχέση προκύπτει από την διάσταση που έδωσε ο Born στο $|\Psi|^2$ και ονομάζεται **συνθήκη κανονικοποίησης**. Εάν η κυματοσυνάρτηση είναι σωστή πρέπει να ικανοποιεί τη συνθήκη κανονικοποίησης.

23 Πώς βρίσκουμε όμως μία κυματοσυνάρτηση;

Την απάντηση έδωσε ο Erwin Schrödinger διατυπώνοντας την περιφημη εξίσωσή του της οποίας λύση είναι η Ψ .

Για ένα σωματίδιο που κινείται πάνω στον άξονα των x σε μία περιοχή όπου υπάρχει ένα συντηρητικό πεδίο, για κάποια συγκεκριμένη χρονική στιγμή η εξίσωση Schrödinger έχει τη μορφή :

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + U(x) \cdot \Psi(x) = E \cdot \Psi(x) \quad (7.6)$$

\hbar
 m (διαβάζεται h-bar) η συντομογραφία του $\frac{h}{2\pi}$,
η μάζα ηρεμίας του σωματιδίου,

$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2}$ η δεύτερη παράγωγος της κυματοσυνάρτησης ως προς x ,

$U(x)$
 E η δυναμική ενέργεια του σωματιδίου λόγω της θέσης του
η ολική ενέργεια του σωματιδίου.

Η λύση της εξίσωσης αυτής είναι η κυματοσυνάρτηση του σωματιδίου.

Εφόσον το σωματίδιο είναι περιορισμένο να κινείται πάνω στον άξονα των x η κυματοσυνάρτησή του πρέπει να ικανοποιεί τη συνθήκη $\sum |\Psi|^2 dx = 1$ δηλαδή το σωματίδιο σίγουρα βρίσκεται κάπου στον άξονα των x .



Max Born (1882-1970). Γερμανία. Μεγάλος θεωρητικός φυσικός. Χρησιμοποίησε τις πιθανότητες για να ερμηνεύσει φαινόμενα της κβαντικής μηχανικής. Το 1933 εγκατέλειψε τη Γερμανία αρχικά για το Εδιμβούργο και στη συνέχεια για τις Ηνωμένες Πολιτείες. Νόμπελ 1954.

Εικόνα 7-7.



Erwin Schrödinger (1877-1961). Γεννήθηκε στη Βιέννη από Αυστριακό πατέρα και Αγγλίδα μητέρα. Καλλιτεχνική φύση είχε το ταλέντο να παρουσιάζει τις απόψεις του με γοητευτικό τρόπο. Δίδαξε στη Ζυρίχη, όπου διατύπωσε και την περίφημη εξίσωσή του, στο Βερολίνο, στην Οξφόρδη και στο Δουβλίνο. Στο τέλος της ζωής του επέστρεψε στη Βιέννη. Μοιράστηκε με τον P.A.M. Dirac το Νόμπελ Φυσικής το 1933.

Εικόνα 7-8.

23 Γενικό σχόλιο: Ευτυχώς που όλα όσα ακολουθούν (~ 4 σελίδες) κόπηκαν! Σκεφτείτε όμως τον αρχικό σχεδιασμό του μαθήματος. Κάποιοι έκριναν ότι το να λύνουν οι μαθητές διαφορικές εξισώσεις με πηγαδάκια δυναμικού είναι πολύ σημαντικότερο –και πολύ ευκολότερο βεβαίως!– από το να καταλάβουν τον θεμελιώδη ρόλο της αρχής της αβεβαιότητας στο σύμπαν!!! Μια προχειρότητα που σε τρομάζει! Γιατί οι άνθρωποι που είναι υπεύθυνοι για όλα αυτά είναι στην κορυφή της πυραμίδας και όχι στη βάση της.

Υστερόγραφο

Σε ένα απολύτως συγκεντρωτικό εκπαιδευτικό σύστημα όπως το δικό μας, οι ευθύνες για τις αστοχίες των σχολικών βιβλίων –ακραία μη αποδεκτές σε αρκετά σημεία όπως προσπάθησα να δείξω για το κομμάτι της κβαντομηχανικής–, μόνο σε μικρό βαθμό μπορούν να αποδοθούν στους συγγραφείς τους. Διότι οι προδιαγραφές τίθενται από τον αρμόδιο φορέα της Πολιτείας –το ΙΕΠ στην περίπτωση μας– και είναι συχνά τόσο περιοριστικές ή σε λάθος κατεύθυνση, ώστε τα περιθώρια μέσα στα οποία μπορούν να κινηθούν οι συγγραφείς (έκταση των επιμέρους θεμάτων, παιδαγωγικό πλαίσιο, κ.λπ.) να είναι ασφυκτικά στενά ή κακά σχεδιασμένα. Επιπλέον, το κρίσιμο στάδιο του ελέγχου των «χειρογράφων» από έμπειρους κριτικούς αναγνώστες, φαίνεται να ήταν ανύπαρκτο στην παρούσα περίπτωση. Είναι φανερό σε μας ότι ουδείς διάβασε το βιβλίο –είτε για καθαρά επιστημονικό είτε για παιδαγωγικό έλεγχο– και επομένως οι συγγραφείς αφέθηκαν χωρίς καμιά ανατροφοδότηση που θα τους βοηθούσε να βελτιώσουν σημαντικά το κείμενό τους. Μια ανατροφοδότηση που ήταν ακόμα πιο κρίσιμη για τούτο το κομμάτι της ύλης, δεδομένου ότι καμιά προηγούμενη εμπειρία διδασκαλίας της κβαντομηχανικής στο Λύκειο (ως πανελλαδικά εξεταζόμενου μαθήματος) δεν ήταν διαθέσιμη στη χώρα μέχρι τότε.

Όμως, το πιο ενοχλητικό κατά τη γνώμη μας είναι άλλο. Τούτο το βιβλίο –έστω το κεφάλαιο ενός βιβλίου– κυκλοφόρησε εδώ και πάνω από 25 χρόνια και όμως ούτε η ελάχιστη αναθεώρησή του κρίθηκε έκτοτε αναγκαία! Ό,τι έγινε, έγινε! Κι αν αυτή η *αδιαφορία* είχε κάποια δικαιολογία μέχρι πρόσφατα (αφού η κβαντομηχανική δεν ήταν πανελλαδικά εξεταζόμενο μάθημα, τότε ποιος νοιάζεται;), από το 2022 και μετά θα περίμενε κανείς μια αλλαγή πλεύσης ώστε οι «αμαρτίες» του σχολικού βιβλίου να μην γίνουν καθεστώς μέσω των φροντιστηριακών εγχειριδίων, τα οποία υποχρεούνται να ακολουθούν τις βασικές επιλογές του σχολικού, αφού αυτές ορίζουν *δεσμευτικά* το πλαίσιο μέσα στο οποίο θα κινηθούν οι πανελλαδικές εξετάσεις. Ενώ το ίδιο σχολικό βιβλίο είναι και σήμερα στο τραπέζι και ορίζει τις επιλογές για τη συγγραφή

των νέων διδακτικών βιβλίων που έχουν προγραμματιστεί. Φαίνεται ότι με τα σχολικά βιβλία στη χώρα μας ισχύει κάτι σαν το doomsday machine στο κλασικό φιλμ Dr. Strangelove (SOS: Πεντάγωνο καλεί Μόσχα) του Stanley Kubrick. Έτσι και εκτοξευτούν προς τον στόχο τους –τα... κεφάλια των μαθητριών και των μαθητών μας!–, ουδείς μπορεί να ανακαλέσει την εντολή!

Ο συντάκτης του παρόντος έκρινε παρ' όλα αυτά ότι είχε *θεσμική υποχρέωση* να κάνει μια σχετική εισήγηση, για *μικρές ρεαλιστικές βελτιώσεις*, προς το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής (ΙΕΠ) του Υπουργείου Παιδείας, στις αρχές Ιανουαρίου του τρέχοντος έτους. Τονίζοντας με έμφαση ότι δεν είναι ενδιαφερόμενος για συγγραφή επίσημου σχολικού βιβλίου κβαντομηχανικής. Θα χαιρόταν όμως αν κάποιες από τις διδακτικές απλουστεύσεις, που ενδεχομένως πέτυχε γράφοντας τα σχετικά βιβλία του, έβρισκαν τον δρόμο τους προς τη σχολική τάξη μέσα από τα επίσημα διδακτικά εγχειρίδια που θα γραφούν από τους συναδέλφους οι οποίοι θα λάβουν μέρος στη διαγωνιστική διαδικασία. Κι αν όχι αυτό, τουλάχιστον να μην επαναληφθούν οι πιο καταστροφικές από τις επιλογές του υπάρχοντος σχολικού βιβλίου. Στο ίδιο παραπάνω πνεύμα θεσμικής συμπεριφοράς υποβάλλει στο ΙΕΠ και τις ακόμα πιο εστιασμένες τωρινές παρατηρήσεις του. Όμως πλέον χωρίς αυταπάτες ότι η Βόμβα που εκτοξεύθηκε θα... ανακληθεί!