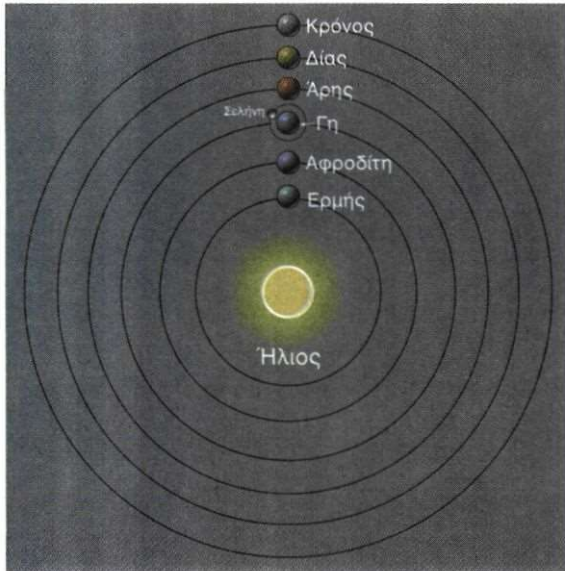




Σχήμα 3.11: Το Κοπερνίκειο σύστημα.

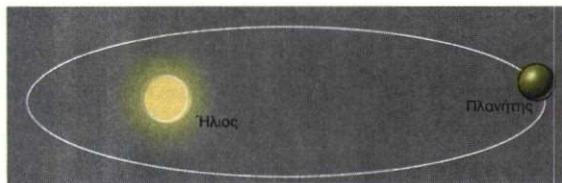
Ο Ήλιος είναι στο κέντρο του κόσμου. Όλοι οι πλανήτες (6 τον αριθμό) περιφέρονται σε κυκλικές τροχιές γύρω από αυτόν. Εξαιρεση αποτελεί η Σελήνη που περιφέρεται γύρω από τη Γη. Η απόσταση της Γης από τους αστέρες είναι μεγαλύτερη από την απόσταση της Γης από τον Ήλιο.

Η εξέλιξη ήταν γρήγορη. Ο Δανός αστρονόμος Τύχο Μπραχέ παρατήρησε και κατέγραψε συστηματικά τις κινήσεις των πλανητών για περισσότερα από 20 χρόνια. Ο Γίochαν Κέπλερ (1571-1630) μελέτησε τα δεδομένα των παρατηρήσεων αυτών και διατύπωσε τους τρεις περίφημους νόμους του.

ΟΙ ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ ΚΕΠΛΕΡ

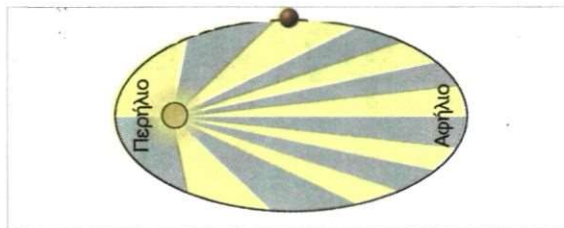
Πρώτος νόμος:

Οι τροχιές των πλανητών είναι ελλείψεις, στη μια εστία των οποίων βρίσκεται ο Ήλιος.



Δεύτερος νόμος:

Η ακτίνα που συνδέει τον Ήλιο με τον πλανήτη κατά την κίνησή του γύρω απ' αυτόν διαγράφει σε ίσους χρόνους επιφάνειες με ίσα εμβαδά.



Τρίτος νόμος:

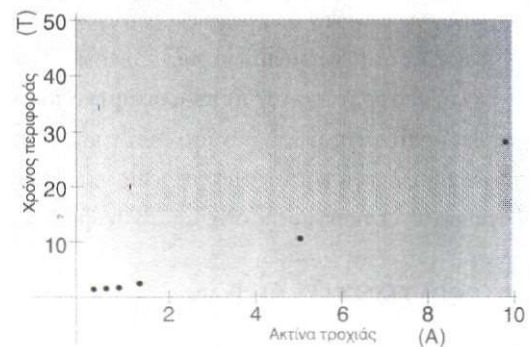
Ο λόγος του τετραγώνου του χρόνου περιφοράς ενός πλανήτη γύρω από τον Ήλιο προς τον κύβο του μεγάλου ημιάξονα της τροχιάς του (μέση ακτίνα) είναι σταθερός.¹

$$\frac{T^2}{A^3} = \text{σταθερό}$$

T = χρόνος περιφοράς

A = μήκος του μεγάλου ημιάξονα της τροχιάς

Οι νόμοι του Κέπλερ παρ' ότι προσδιορίστηκαν εμπειρικά, έδωσαν απάντηση στα ερωτήματα για τις



Σχήμα 3.12: Γραφική παράσταση των σημείων (A,T) του πίνακα για τον 3ο νόμο του Κέπλερ. Ετσι επιβεβαιώνεται ότι αυτά επαληθεύουν το νόμο αυτό.



Γίochαν Κέπλερ (1571-1630)

¹Μια άλλη έκφραση του 3ου νόμου του Κέπλερ δίνεται από τη σχέση $\frac{4\pi^2 A^3}{T^2} = G(M_H + M_P)$, όπου M_H είναι η μάζα του Ήλιου, M_P η μάζα του πλανήτη, G η παγκόσμια σταθερά της βαρύτητας και $n=3,14159...$

Ο παρακάτω πίνακας επιβεβαιώνει τον τρίτο νόμο του Κέπλερ.

Πλανήτης	Ακτίνα τροχιάς A (Μονάδα μέτρησης η ακτίνα τροχιάς της Γης)	Χρόνος περιφοράς T (Μονάδα μέτρησης το έτος της Γης)	A ³	T ²	$\frac{T^2}{A^3}$
Ερμής	0,39	0,24	0,059	0,058	0,98
Αφροδίτη	0,72	0,62	0,37	0,384	1,03
Γη	1,00	1,00	1,00	1,000	1
Άρης	1,52	1,88	3,51	3,534	1,006
Δίας	5,20	11,86	140,6	140,66	1
Κρόνος	9,54	29,46	868,2	867,89	0,999

κινήσεις των πλανητών. Όμως η διατύπωση των νόμων αυτών γέννησε καινούργια ερωτήματα:

- Γιατί οι πλανήτες περιφέρονται γύρω από τον Ήλιο και μάλιστα σε ελλειπτικές τροχιές;
- Γιατί η Σελήνη περιφέρεται γύρω από τη Γη και όχι γύρω από τον Ήλιο;
- Γιατί ισχύουν οι νόμοι του Κέπλερ;

Την ίδια εποχή περίπου που ο Κέπλερ διατυπώνει τους νόμους του κάνει την εμφάνισή του το τηλεσκόπιο. Ο Γαλιλαίος (1564-1642) παρατηρώντας το Δία τη νύκτα της 7ης Ιανουαρίου του 1610 ανακαλύπτει τέσσερις από τους δορυφόρους του. Ο Κέπλερ αντιλαμβάνεται ότι πρόκειται για μικρογραφία του ηλιακού συστήματος, η οποία επαληθεύει τους νόμους

του και κυρίως τον τρίτο. Αυτή είναι μια πρώτη επιβεβαίωση των ισχυρισμών του.

Η πλήρης εξήγηση των τριών νόμων του Κέπλερ έρχεται αργότερα από το Νεύτωνα (1642-1727). Το 1687 στο κλασικό του βιβλίο Principia (Οι Μαθηματικές Αρχές της Φυσικής Φιλοσοφίας) θέτει τα θεμέλια της Νευτώνειας μηχανικής, διατυπώνοντας τους τρεις νόμους για τις κινήσεις των σωμάτων καθώς και το νόμο της παγκόσμιας έλξης (βαρύτητας).

Οι νόμοι του Κέπλερ αποκτούν τώρα θεωρητική βάση και πλέον εξηγούνται με τους νόμους της Μηχανικής.

ΑΠΟ ΤΟΝ ΚΟΠΕΡΝΙΚΟ ΣΤΟΝ ΚΕΠΛΕΡ ΚΑΙ ΣΤΟΝ ΝΕΥΤΩΝΑ

Ένα σημαντικό πρόβλημα που απασχολούσε τους αρχαίους Έλληνες αστρονόμους και αυτούς της Αλεξανδρινής περιόδου [Αρίσταρχο το Σάμιο (310-250 π.Χ.), Ερατοσθένη τον Κυρηναίο (275-194 π.Χ.), Ίππαρχο (190-120 π.Χ.) κ.ά.] ήταν η μέτρηση των αποστάσεων και γενικότερα των διαστάσεων των μελών του ηλιακού συστήματος. Τελικά ο υπολογισμός των αποστάσεων των πλανητών από τον Ήλιο έγινε δυνατός, όταν διατυπώθηκε από τον Κοπέρνικο (1473-1543 μ.Χ.) η θεωρία του για τις τροχιές των πλανητών. Σύμφωνα με αυτήν, ο Ήλιος κατέχει το κέντρο του ηλιακού συστήματος και οι πλανήτες κινούνται γύρω απ' αυτόν σε κυκλικές τροχιές. Έτσι άρχισε ο υπολογισμός των ακτίνων των τροχιών των πλανητών.

Ο ίδιος ο Κοπέρνικος υπολόγισε το λόγο της ακτίνας

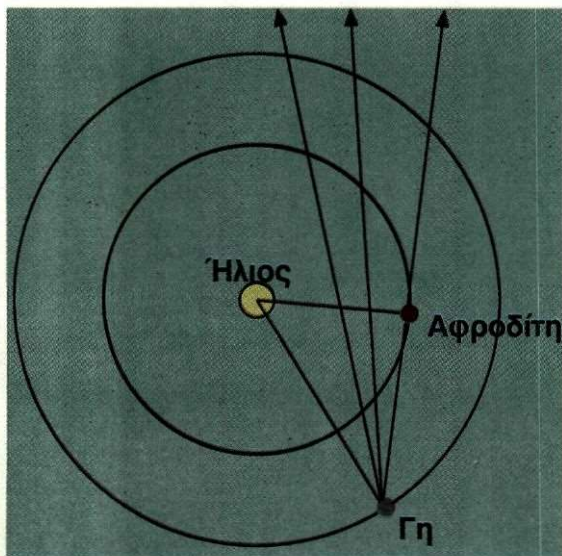
της τροχιάς της Γης προς την ακτίνα της τροχιάς της Αφροδίτης, βασίζοντας στην παρατήρηση ότι η τροχιά της Αφροδίτης βρίσκεται σχεδόν στο ίδιο επίπεδο με την τροχιά της Γης και, όταν την παρατηρούμε από τη Γη, φαίνεται απλώς να κινείται μπρος - πίσω σε σχέση με τον Ήλιο. Η Αφροδίτη εμφανίζεται στην ανατολή πριν από τον Ήλιο με μέγιστη αποχή 46° ή στη δύση μετά από αυτόν, επίσης με μέγιστη αποχή 46°. Χρησιμοποιώντας την Τριγωνομετρία υπολόγισε ότι:

$$\eta \mu 46^\circ = \frac{R_A}{R_T} = 0,72$$

όπου R_A , R_T οι ακτίνες τροχιάς της Αφροδίτης και της

Γης, αντίστοιχα.

Έτσι, υπολόγισε ότι η ακτίνα της τροχιάς της Αφροδίτης πρέπει να είναι το 72% της ακτίνας της τροχιάς της Γης. Γνωρίζοντας το μήκος της ακτίνας της τροχιάς της



Η γωνία Γη - Ήλιος - Αφροδίτη ονομάζεται αποχή της Αφροδίτης

Γης, όπως την είχαν εκτιμήσει οι αρχαίοι Έλληνες (Ο Αρίσταρχος ο Σάμιος είχε υπολογίσει την απόσταση Γης-Ήλιου κατά 20 φορές μικρότερη από την πραγματική), υπολόγισε το μήκος της ακτίνας της τροχιάς της Αφροδίτης. Ανάλογα υπολόγισε και τις ακτίνες των τροχιών των άλλων πλανητών. Βασισμένος στους υπολογισμούς του και στην παραδοχή ότι οι τροχιές των πλανητών είναι κυκλικές, προσπάθησε να προβλέψει τη θέση τους στις επόμενες χρονικές στιγμές. Αυτό όμως δεν έγινε δυνατό και έτσι αποφάσισε να τροποποιήσει το μοντέλο του, ώστε να πετύχει μια καλύτερη συμφωνία μεταξύ των παρατηρήσεων και των υπολογισμών του. Δεν τα κατάφερε και αυτή η ασυμφωνία έκανε πολλούς να αμφισβητήσουν τη θεωρία του.

Αντίθετα με τον Κοπέρνικο, ο Τύχο Μπραχέ άρχισε να παρατηρεί (χωρίς τηλεσκόπιο) συστηματικά τις θέσεις όλων των πλανητών (τότε ήταν μόνο πέντε γνωστοί) και να τηρεί ένα αρχείο των παρατηρήσεών του, με σκοπό να προσδιορίσει το μοντέλο του ηλιακού συστήματος. Κατέγραψε τις θέσεις τους για είκοσι και πλέον χρόνια και με ακρίβεια μεγαλύτερη του 1/60 της μοίρας. Έτσι, οποιαδήποτε θεωρία για το ηλιακό σύστημα, για να γίνει αποδεκτή, έπρεπε να συμφωνεί με αυτές τις παρατηρήσεις. Αυτές οι παρατηρήσεις αποτέλεσαν τη βάση των ερευνών του Κέπλερ, που ήταν μαθητής και συνεργάτης του Μπραχέ.

Ο Κέπλερ μελετώντας τα στοιχεία της τροχιάς του Άρη προσπάθησε να τα επαληθεύσει, υποθέτοντας ότι η τροχιά του είναι κυκλική με κέντρο διαφορετικό από αυτό του Ήλιου. Διαπιστώνοντας ότι δεν υπήρχε συμφωνία, σχεδίασε σημείο προς σημείο τις θέσεις του Άρη και διαπίστωσε

το «ωοειδές» σχήμα της τροχιάς του. Πέρασαν αρκετά χρόνια για να καταλάβει ότι αυτό το σχήμα ήταν έλλειψη, με τον Ήλιο στη μία εστία της. Δοκιμάζοντας αυτήν την ιδέα και στους άλλους πλανήτες, κατέληξε στον **πρώτο νόμο**. Χρησιμοποιώντας το σχέδιο της τροχιάς του Άρη και τα σημεία που αντιστοιχούσαν σε ίσα χρονικά διαστήματα, διαπίστωσε ότι ο πλανήτης δεν κινείται πάντοτε με την ίδια ταχύτητα. Αναζητώντας μια σταθερή σχέση σε αυτή την ακανόνιστη κίνηση, κατέληξε στη διατύπωση του **δεύτερου νόμου**. Παρατηρώντας προσεκτικά τα στοιχεία των παρατηρήσεων του Μπραχέ είχε να λύσει ένα ακόμα μυστήριο, τη σχέση ανάμεσα στο χρόνο της περιφοράς του πλανήτη γύρω από τον Ήλιο και στην ακτίνα της τροχιάς του. Κατασκευάζοντας έναν πίνακα με τις ακτίνες των τροχιών των πλανητών και τον χρόνο περιφοράς τους, κατέληξε στη διατύπωση του **τρίτου νόμου**.

Ο Γαλιλαίος (1564 - 1642) έχοντας στα χέρια του, για πρώτη φορά στην ιστορία της επιστήμης, ένα μικρό τηλεσκόπιο, που έδειχνε τα αντικείμενα μόλις τρεις φορές μεγαλύτερα, το έστρεψε στον ουρανό. Βλέπει για πρώτη φορά τους πλανήτες σαν φωτεινούς δίσκους. Τα αστέρια παραμένουν φωτεινά σημεία, αλλά είναι πολύ περισσότερα και πιο μακριά το ένα από το άλλο. Παρατηρεί ανωμαλίες στην επιφάνεια της Σελήνης και κηλίδες στην, κατά τα άλλα, τέλεια επιφάνεια του Ήλιου. Παρατηρεί τις φάσεις της Αφροδίτης και διαπιστώνει ότι αυτές ταιριάζουν καλύτερα στο μοντέλο του Κοπέρνικου, παρά σε αυτό του Πτολεμαίου, αρκεί να θεωρηθεί ότι η τροχιά της βρίσκεται στο εσωτερικό της τροχιάς της Γης. Η ανακάλυψη των τεσσάρων δορυφόρων του Δία τον ενθουσιάζει και γράφει σχετικά μ' αυτό στον Κέπλερ: «Μπορώ να αποδείξω ότι είναι ευκολότερο να εξηγήσεις τη φαινόμενη κίνηση του Ήλιου, της Σελήνης και των πλανητών με την Κοπερνική υπόθεση, απ' ό,τι με τη θεωρία του Πτολεμαίου. Οι δορυφόροι του Δία, ο δακτύλιος του Κρόνου, το δρεπάνι της Αφροδίτης και πολλά άλλα φαινόμενα που ανακάλυψα ενισχύουν τη θεωρία του Κοπέρνικου» (Alfred Renyi, διάλογοι για τα Μαθηματικά). Τα βιβλία του «Διάλογοι για τα δύο παγκόσμια συστήματα» (1661) και «Ομιλίες που αφορούν δυο νέες επιστήμες» (1662-1665) ανοίγουν το δρόμο στο Νεύτωνα να διατυπώσει τη θεωρία του για τις κινήσεις των σωμάτων και την παγκόσμια έλξη.

«Γιατί τα μήλα πέφτουν στο έδαφος;» «Γιατί η Σελήνη δεν πέφτει στη Γη;» «Γιατί κινούνται τα αντικείμενα;» Στα ερωτήματα αυτά προσπάθησαν πολλοί ερευνητές να δώσουν απάντηση. Ο Λεονάρντο ντα Βίντσι (1452-1519), ο Κοπέρνικος, ο Τύχο Μπραχέ, ο Κέπλερ, ο Γαλιλαίος, ο Καρτέσιος (1596-1650) είναι μερικοί από αυτούς. Όλοι συνεισέφεραν, άλλοι με τις παρατηρήσεις τους, άλλοι με τις εκτιμήσεις τους και τις υποθέσεις τους. Την οριστική και πλήρη απάντηση, το τέλος αυτής της περιπέτειας και την αρχή μίας νέας εποχής έδωσε ο Νεύτωνας με το βιβλίο του «Οι Μαθηματικές Αρχές της Φυσικής Φιλοσοφίας», που δημοσίευσε το 1687. Εκεί διατυπώνει τους τρεις νόμους του για τις κινήσεις καθώς και το νόμο της παγκόσμιας έλξης.

ΟΙ ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ

1ος νόμος:

Κάθε σώμα, στο οποίο δεν ασκείται καμία δύναμη ή η συνισταμένη όλων των δυνάμεων είναι μηδέν, παραμένει ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα.

2ος νόμος:

Κάθε σώμα στο οποίο ασκείται μία εξωτερική δύναμη F αποκτά επιτάχυνση a , σύμφωνα με τη σχέση:

$$F = m \cdot a$$

3ος νόμος:

Όταν δύο σώματα αλληλεπιδρούν χωρίς στο σύστημά τους να ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, η δύναμη που ασκείται από το πρώτο στο δεύτερο είναι αντίθετη προς τη δύναμη που ασκείται από το δεύτερο στο πρώτο.

Ο νόμος της παγκόσμιας έλξης:

Κάθε σώμα έλκει κάθε άλλο με μια δύναμη που έχει τη διεύθυνση της ευθείας που διέρχεται από τα κέντρα των δύο σωμάτων, είναι ανάλογη προς το γινόμενο των μαζών τους και αντιστρόφως ανάλογη προς το τετράγωνο της απόστασής τους.

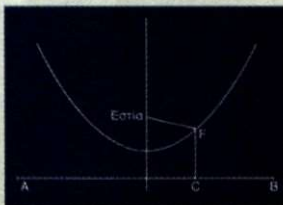
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

όπου G η παγκόσμια σταθερά της βαρύτητας:
 $G = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

ΟΙ ΚΩΝΙΚΕΣ ΤΟΜΕΣ

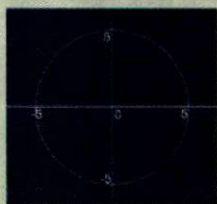
Η έλλειψη που, όπως είδαμε, είναι η τροχιά της κίνησης κάθε πλανήτη γύρω από τον Ήλιο, είναι μια από τις τέσσερις κωνικές τομές. Οι άλλες είναι ο κύκλος, η παραβολή και η υπερβολή. Ονομάζονται κωνικές τομές, διότι προκύπτουν ως τομές ενός κώνου, όταν αυτός τμηθεί κατάλληλα από επίπεδο. Αυτό ακριβώς δείχνει το διπλανό σχήμα. Τα γεωμετρικά σχήματα της παραβολής, της έλλειψης και της υπερβολής καθώς και οι αναλυτικές εξισώσεις τους είναι τα εξής:

Όσον αφορά την έλλειψη που είναι η τροχιά των πλανητών, ισχύουν τα εξής:



Παραβολή

$$\psi = a\chi^2 + b$$



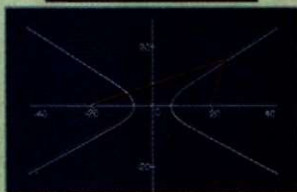
Κύκλος

$$\chi^2 + \psi^2 = \rho^2$$



Έλλειψη

$$\frac{\chi^2}{a^2} + \frac{\psi^2}{b^2} = 1$$



Υπερβολή

$$\frac{\chi^2}{a^2} - \frac{\psi^2}{b^2} = 1$$



Η απόσταση $A_1A_2=2a$ ονομάζεται μεγάλος άξονας και η απόσταση $B_1B_2=2b$ μικρός άξονας. Η απόσταση $E_1E_2=2\gamma$ των δυο εστιών ονομάζεται εστιακή απόσταση. Επίσης ένα χαρακτηριστικό μέγεθος της έλλειψης είναι η εκκεντρότητα,

$$\epsilon = \frac{\gamma}{a}$$

που δηλώνει πόσο αυτή προσεγγίζει τον κύκλο.

Στην περίπτωση που η μια εστία της έλλειψης είναι ο Ήλιος, το πλησιέστερο σημείο προς αυτόν, το A_1 , ονομάζεται **περιήλιο** και το πιο απομακρυσμένο, το A_2 , ονομάζεται **αφήλιο**. Η απόσταση του περιηλίου είναι:

$A_1E_1=a-\gamma=a-a\epsilon=a(1-\epsilon)$, ενώ του αψηλίου $A_2E_1 = a(1+\epsilon)$.

