ΜΕΡΟΣ Δ΄

Μαύρες τρύπες: Η σκοτεινή πλευρά της βαρύτητας

Κατά έναν παράδοξο τρόπο, η «άφιξη» της ομάδας των τεσσάρων στη «χώρα» των μελανών οπών θα κάνει τη ζωή τους πιο εύκολη από πλευράς φυσικής! Διότι τα αποτελέσματα που θα χρειαστούν —αυτά που θα τους επιτρέψουν να κάνουν απλούς υπολογισμούς και να βγάζουν ενδιαφέροντα συμπεράσματα, και όχι να λένε ιστοριούλες— προκύπτουν και με απλή νευτώνεια μηχανική, έστω κι αν η πιο σκοτεινή πλευρά των μελανών οπών απαιτεί τη σχετικιστική θεωρία της βαρύτητας του Αϊνστάιν.

Σε τούτο το μέρος του ταξιδιού τους λοιπόν, οι τέσσερις φίλοι μάς υπόσχονται αρκετές σχολικές ασκήσεις για μαύρες τρύπες —σίγουρα ευκολότερες (και αναμφίβολα πιο ενδιαφέρουσες) από αυτές που «πέφτουν» στις πανελλαδικές εξετάσεις—, αλλά πάνω απ' όλα μάς υπόσχονται ζωηρές και αλογόκριτες συζητήσεις πάνω στις παράξενες ιδιότητες του πιο εξωτικού «όντος» που έχει εμφανιστεί μέχρι σήμερα στη φύση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

12

Νεκρά άστρα: Υπάρχουν τελικά μαύρες τρύπες; Ο «μαύρος κύκνος» και το στοίχημα που έχασε ο Hawking

Κυνηγέ,
υποπτεύομαι γιατί σκοτώνεις τα πουλιά.
Τα απωθημένα σου φτερά εκδικείσαι [...]
Ηρέμησε λοιπόν.
Έχω κι εγώ ένα σωρό απωθημένους ουρανούς
μα δε σκοτώνω άστρα.

Κική Δημουλά, *Εκρηκτικό πόρισμα*

Έναν μήνα μετά –διότι μεσολάβησε η εξεταστική του Σεπτεμβρίου, όπως ξέρουμε– οι τέσσερις φίλοι βρίσκονται ξανά στο κυλικείο της σχολής και, αφού συζητούν την πορεία των σπουδών τους –η οποία, παραδόξως, είναι καλύτερη απ' ό,τι περίμεναν (ίσως γιατί η ΑΓΟ, και οι συζητήσεις που προκάλεσε, επιτάχυναν την ωρίμανση της κριτικής τους ικανότητας)–, η Νεφέλη υπενθυμίζει αμέσως την εκκρεμότητα που έχουν αφήσει. Ας παρακολουθήσουμε την κουβέντα τους.

Νεφελη: Είχαμε πει λοιπόν ότι στον αστερισμό του Κύκνου, εκτός από το υπεράστρο Deneb –αυτόν τον κυανόλευκο γίγαντα, που περιμένουμε να... κοκκινίσει–, υπάρχει και μια διάσημη μαύρη τρύπα –διάσημη επειδή είναι η πρώτη που ανακαλύφθηκε–, την οποία θα πρέπει να μελετήσουμε τώρα.

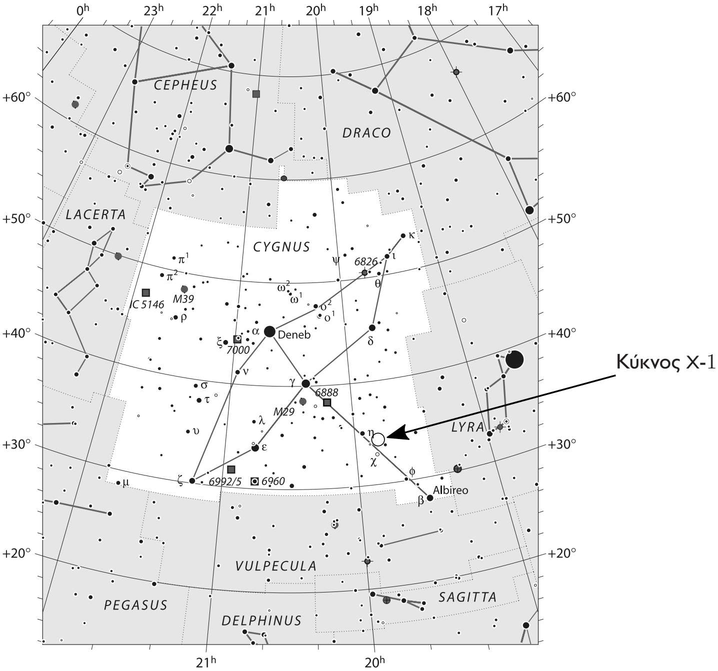
Φοιβος: Διάσημη όμως και για έναν ακόμη λόγο, ελάχιστα επιστημονικό. Ότι εξαιτίας της έχασε ένα περίφημο στοίχημα ο Hawking. Ο οποίος, όταν πρωτοδιατυπώθηκε η υπόθεση ότι η σχετική πηγή ακτίνων X είναι μια μαύρη τρύπα που «καταπίνει» το ζωντανό ακόμα «ταίρι» της

—δηλαδή ένα συνοδό άστρο—, στοιχημάτισε ότι *δεν είναι μαύρη τρύπα*. Και δικαιολόγησε την επιλογή του λέγοντας ότι ήταν μια σώφρων... επενδυτική απόφαση! Έχω βάλει —είπε— όλα μου τα «λεφτά» στην ύπαρξη των μελανών οπών.[1] Αν μεν αποδειχθεί ότι ο Κύκνος Χ-1 είναι μαύρη τρύπα, έχει καλώς. Θα είμαι πολύ ευτυχής. Αν όχι, τότε τουλάχιστον θα έχω για παρηγοριά ότι κέρδισα το στοίχημα! Ο Hawking λοιπόν έχασε το στοίχημα, και έμεινε σ' εμάς η... μαύρη τρύπα. Και πρέπει να δούμε τι δεδομένα έχουμε γι' αυτήν και να προσπαθήσουμε να τα καταλάβουμε. Να κάνουμε δηλαδή και γι' αυτήν ό,τι κάναμε για τον Deneb, μόνο που τώρα πρόκειται για την πιο εξωτική φυσική οντότητα που υπάρχει στο σύμπαν.

Ορεστησ: Ας δούμε όμως πρώτα πού ακριβώς βρίσκεται αυτό το ον, αλλά να λύσω και μια απορία μου ακόμα πιο βασική. Ενώ καταλαβαίνω τι σημαίνει να ανήκει ένα άστρο σε κάποιον αστερισμό —είναι εκεί μαζί με τα άλλα άστρα σχηματίζοντας ένα *σταθερό σύμπλεγμα*—, δεν καταλαβαίνω τι σημαίνει να συμπεριλαμβάνεται στα μέλη του ίδιου αστερισμού και μια αόρατη οντότητα. Μια μαύρη τρύπα.

Φοιβοσ: Δικαιολογημένη απορία, Ορέστη, την είχα κι εγώ στην αρχή· μπήκα όμως στη Βικιπαίδεια και σας δείχνω τώρα από το κινητό μου τον «χάρτη» που βρήκα εκεί (βλ. Σχ. 12.1). Όπως βλέπετε, η μαύρη τρύπα Κύκνος Χ-1 (βλ. κυκλάκι) βρίσκεται μέσα στο «οικόπεδο» του Κύκνου. Οι ουρανοί φαίνεται να έχουν χωριστεί και αυτοί σε «οικόπεδα»: κάθε αστερισμός και το δικό του, και ό,τι πέφτει μέσα εκεί του ανήκει! Και ο θεός να βάλει το χέρι του να μην έχουμε και στους ουρανούς τα προβλήματα που έχουμε εδώ κάτω με τα θαλάσσια και γήινα οικόπεδα! Φαντάζεστε τον «πόλεμο των αστερισμών» για το ξαναμοίρασμα των ουρανών; Εν πάση περιπτώσει, με την υπάρχουσα «τάξη πραγμάτων», ο Κύκνος Χ-1 ανήκει στο οικόπεδο του Κύκνου, στη θέση που δείχνει το κυκλάκι. Και εννοείται ότι ο εντοπισμός έγινε μέσω της δέσμης ακτίνων Χ που εκπέμπεται από εκεί. Απόσταση από εμάς περίπου 6.100 έτη φωτός και μάζα $M \simeq 15\ M_{\odot}$. Είναι μια μαύρη τρύπα με 15πλάσια μάζα από εκείνη του ήλιου μας. Προτείνω μάλιστα να της δώσουμε εμείς ένα δικό μας όνομα. Να την πούμε —πώς αλλιώς;— *μαύρο κύκνο*! Είναι στον αστερισμό του Κύκνου και αντιπροσωπεύει τη σκοτεινή πλευρά του. Απλώς σκοτεινή; Κατάμαυρη! Λευκούς κύκνους είχαμε αρκετούς στον αστερισμό —με πρώτο του «χορού» τον Deneb, βεβαίως—, οπότε μας έλειπε μόνο ένας μαύρος κύκνος, ώστε το υπέροχο παραμύθι της

1 Ελπίζουμε να είναι προφανές στους αναγνώστες ότι το «μαύρων τρυπών» δεν είναι ό,τι καλύτερο ως επιστημονικός όρος. Η σωστή επιλογή κατά τη γνώμη μας είναι να χρησιμοποιεί κανείς και τις δύο εκφράσεις. *Μαύρη τρύπα* σ' ένα πιο εκλαϊκευτικό γλωσσικό περιβάλλον και *μελανή οπή* σ' ένα πιο επιστημονικό «πλαίσιο».



Σχημα 12.1: Το... οικόπεδο του Κύκνου και η διάσημη μαύρη τρύπα Κύκνος X-1, στη θέση που δείχνει το κυκλάκι.

Λίμνης των Κύκνων να μπορεί ν' «ανέβει» και στους ουρανούς. Μας λείπει όμως ένας ουράνιος Τσαϊκόφσκι για να γράψει τη μουσική!

Νεφελη: Μα... και ο γήινος στους ουρανούς σε ανεβάζει με τη δική του. Ή μήπως από εκεί κατέβηκε κι αυτός; Ποτέ δεν ξέρεις...

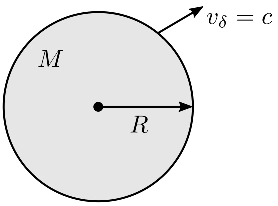
Ορεστης: Σε ονειρεύει, πράγματι, αυτή η ονομασία. *Μαύρος κύκνος*, λοιπόν, από δω και πέρα, η μαύρη τρύπα στον αστερισμό του Κύκνου. Με νονό τον Φοίβο, βεβαίως.

Ευα: Αφού τελειώσαμε όμως και με τη βάφτιση —καλορίζικο το βαφτιστήρι, Φοίβο—, δεν μένει παρά να μπούμε στο θέμα μας. Και εφόσον τώρα συναντούμε μαύρες τρύπες για πρώτη φορά, κάποιος από μας θα πρέπει να παρουσιάσει τη βασική τους θεωρία —σε επίπεδο φυσικής Λυκείου πάντα— και μετά να δούμε τι δεδομένα υπάρχουν για τη συγκεκριμένη μαύρη τρύπα και τι μπορούμε να πούμε γι' αυτά. Απ' ό,τι καταλαβαίνω, ο Φοίβος έχει κάνει μια σχετική προετοιμασία και θα μπορεί να γίνει ο «ξεναγός» μας σε αυτό το θέμα. Άλλωστε, είναι και ο νονός!

Φοιβος: Πράγματι, γνωρίζοντας ότι ο μαύρος κύκνος —και οι μαύρες τρύπες γενικότερα— ήταν η εκκρεμότητα από την προηγούμενη συνάντησή μας, έκανα την προετοιμασία που λέει η Εύα και, ακολουθώντας το δικό της μοντέλο, τη διατύπωσα ως «σχολικό πρόβλημα», το έλυσα και σας δίνω από ένα αντίγραφο. Και το συζητάμε μόλις τελειώσετε. Εν τω μεταξύ, εγώ πάω για καφέδες!

Το «χειρόγραφο» που έδωσε ο Φοίβος στην ομάδα είναι το εξής:

ΠΡΟΒΛΗΜΑ: Όπως γνωρίζουμε όλοι από τη σχολική φυσική, για να διαφύγει ένα σώμα που εκτοξεύεται προς τα πάνω από το πεδίο βαρύτητας της Γης πρέπει να έχει μια ελάχιστη αρχική ταχύτητα v_δ, που —για όσους το θυμούνται— είναι γύρω στα $11\ \mathrm{km/s}$. Αν όμως στη θέση της Γης είχαμε ένα άλλο ουράνιο σώμα με πολύ μεγαλύτερη μάζα, ή/και πολύ μικρότερη ακτίνα R, τότε η ταχύτητα διαφυγής θα ήταν επίσης πολύ μεγαλύτερη.



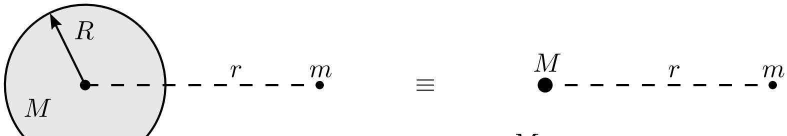
ΣΧΗΜΑ 12.2: Για να διαφύγει ένα σώμα από το πεδίο βαρύτητας μιας (σφαιρικής) μάζας M και ακτίνας R, απαιτείται μια ελάχιστη ταχύτητα v_δ, γνωστή ως *ταχύτητα διαφυγής*.

Μπορούμε, επομένως, να φανταστούμε την περίπτωση που η μάζα M του ουράνιου σώματος θα είναι τόσο μεγάλη, και η ακτίνα του, R, τόσο μικρή, ώστε η αναγκαία ταχύτητα διαφυγής να είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα c του φωτός. Και επειδή τέτοια ταχύτητα δεν υπάρχει, κανένα σώμα δεν θα μπορεί ποτέ να διαφύγει από το πεδίο βαρύτητας αυτού του ουράνιου… τέρατος. Έτσι, η άσκηση για μας είναι τούτη: Για ένα σφαιρικό ουράνιο σώμα μάζας M, όπως στο σχήμα, να υπολογιστεί πόσο μικρή θα πρέπει να γίνει η ακτίνα του R, ώστε η απαιτούμενη ταχύτητα διαφυγής v_δ να είναι ίση με την ταχύτητα του φωτός. Οπότε, βέβαια, αν η ακτίνα του γίνει μικρότερη από αυτήν την κρίσιμη τιμή R_0, η απαιτούμενη ταχύτητα θα είναι ακόμα μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός και η διαφυγή θα είναι αδύνατη.

ΛΥΣΗ: Ξεκινάμε με τον τύπο για την ολική ενέργεια ενός σώματος μάζας m, που κινείται με ταχύτητα v, σε απόσταση r ($r > R$) από το κέντρο μιας σφαιρικής κατανομής μάζας, όπως η παραπάνω. Θα είναι τότε

$$E = \frac{1}{2}\,mv^2 - \frac{GmM}{r} \qquad (r > R), \tag{1}$$

όπου $K = (1/2)\,mv^2$ είναι η *κινητική ενέργεια* του σώματος και $V = V_G = -GmM/r$ η *δυναμική του ενέργεια* στο πεδίο βαρύτητας της σφαιρικής μάζας M. Και η οποία είναι αρνητική, διότι η βαρυτική δύναμη που ασκείται στο σώμα m είναι ελκτική και χρειάζεται να καταβάλουμε έργο για να το «ξεκολλήσουμε» από το σώμα M και να το απομακρύνουμε στο άπειρο, όπου πλέον η βαρυτική τους αλληλεπίδραση μηδενίζεται. Επειδή όμως ούτε η βαρύτητα διδάσκεται στο ελληνικό Λύκειο(!) —εκτός από τον 20ό αιώνα, ο οποίος είναι πανταχού... απών από το σχολικό πρόγραμμα, έχουμε «τρύπες» και στον 17ο!—, θα πρέπει να προσθέσουμε ότι ο τύπος $V_G = -GmM/r$ της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι πανομοιότυπος με τον αντίστοιχό του για την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια, $V = Kq_1q_2/r$, και με το ίδιο πρόσημο όταν τα φορτία είναι ετερόσημα και η μεταξύ τους ηλεκτρική δύναμη είναι ελκτική, όπως στην περίπτωση της βαρύτητας. Να σημειώσουμε ακόμα ότι για σφαιρικές κατανομές μάζας ισχύει ό,τι και για σφαιρικές κατανομές φορτίου. Δηλαδή, έξω από τη σφαίρα το βαρυτικό πεδίο είναι το ίδιο όπως και στην περίπτωση που όλη η μάζα είναι συγκεντρωμένη σε ένα σημείο στο κέντρο της αρχικής σφαιρικής κατανομής. Από ενεργειακή άποψη —αλλά και από πλευράς ασκούμενων δυνάμεων— θα ισχύει δηλαδή η ισοδυναμία



$$\Rightarrow V_G = -G\frac{mM}{r} \quad (r > R)$$

Σχημα 12.3: Έξω από μια σφαιρική μάζα, το πεδίο βαρύτητας είναι ταυτόσημο με εκείνο μιας ίδιας σημειακής μάζας τοποθετημένης στο κέντρο της σφαίρας.

Επιστρέφοντας στην (1) και παίρνοντας υπόψη την αρχή διατήρησης της ενέργειας —ότι δηλαδή η (1) έχει μια δεδομένη σταθερή τιμή, ανεξάρτητα από τις μετακινήσεις του σώματος πάνω στην τροχιά του—, καταλαβαίνουμε αμέσως ότι το σώμα θα μπορεί να διαφύγει στο άπειρο μόνο αν η ολική του ενέργεια είναι θετική, διότι για $r \to \infty$ η βαρυτική δυναμική ενέργεια μηδενίζεται και μένει μόνο η κινητική, που είναι σίγουρα θετική. Αντίθετα, αν είναι $E < 0$, το σώμα δεν θα μπορεί να διαφύγει στο άπειρο, διότι εκεί, όπως είπαμε, είναι πάντα $E > 0$. Θα εκτελεί επομένως αυτό που ονομάζουμε *δέσμια κίνηση* γύρω από την έλκουσα μάζα M, και γνωρίζουμε βέβαια ότι η τροχιά του θα έχει σχήμα έλλειψης, που συμπεριλαμβάνει, προφανώς, και τον κύκλο ως ειδική περίπτωση. Τέλος, η περίπτωση $E = 0$ αντιστοιχεί ακριβώς στην οριακή ταχύτητα διαφυγής v_δ, όπου το σώμα μόλις και καταφέρνει να φτάσει στο άπειρο, έχοντας μηδενική ταχύτητα εκεί. Για την ειδική περίπτωση $r = R$ που μας ενδιαφέρει εδώ, η εφαρμογή της συνθήκης $E = 0$ θα δώσει

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 - \frac{G\cancel{m}M}{R} = 0 \;\Rightarrow\; v = v_\delta = \sqrt{\frac{2GM}{R}}, \qquad (2)$$

και αν θέσουμε $v_\delta = c$ και λύσουμε ως προς R παίρνουμε για το R την *κρίσιμη τιμή*

$$R_0 = \frac{2GM}{c^2} \tag{3}$$

κάτω από την οποία —δηλαδή για $R < R_0$— η έλκουσα μάζα M δεν επιτρέπει τη διαφυγή από αυτήν και επομένως είναι μια *μαύρη τρύπα*.

Όμως, μετά τη σχολική άσκηση, το «χειρόγραφο» του Φοίβου συνεχίζει με μια σειρά από *Σχόλια* πάνω στο αποτέλεσμα (3), τα οποία προτείνει στους άλλους να διαβάσουν προτού προχωρήσουν στη συζήτηση. Ας τα διαβάσουμε κι εμείς.

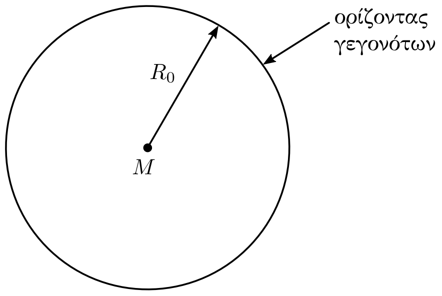
Σχολια

α) Μια πρώτη επιφύλαξη που θα μπορούσε να έχει κανείς πάνω στο αποτέλεσμα (3) είναι ότι βγήκε χωρίς να λάβουμε καθόλου υπόψη μας τη θεωρία της σχετικότητας. Ενώ, βέβαια, γνωρίζουμε —και σίγουρα όλοι έχουν ακούσει— ότι οι μαύρες τρύπες προέκυψαν όχι απλώς από την ειδική αλλά από τη γενική θεωρία της σχετικότητας, που πρότεινε το 1915 ο Αϊνστάιν ώστε να συμπεριλάβει και τη βαρύτητα στο σχετικιστικό πλαίσιο. Μια δύναμη που δεν ήταν συμβιβαστή μέχρι τότε με τις απαιτήσεις της ειδικής σχετικότητας.[2] Τι μας κάνει λοιπόν να πιστεύουμε ότι το αποτέλεσμα (3) είναι σωστό; Και για να μην παρατείνεται η αγωνία μας, ας πούμε αμέσως ότι *Ναι, είναι Σωστό!* Αυτό ακριβώς προκύπτει και από τη λύση των εξισώσεων του Αϊνστάιν για το βαρυτικό πεδίο, και είναι η περίφημη *ακτίνα Σβάρτσιλντ* (Schwarzschild), που συνήθως συμβολίζεται με το γράμμα R_S, όπου το S προς τιμήν του Σβάρτσιλντ, προφανώς. Ας μην θεωρήσουμε όμως ότι πρόκειται για μια... θαυματουργή σύμπτωση. Το μόνο που είναι πράγματι σύμπτωση —ευτυχής σύμπτωση— είναι ο αριθμητικός συντελεστής 2 στον παραπάνω τύπο. Διότι το υπόλοιπο —δηλαδή ο συνδυασμός GM/c^2— προκύπτει καθαρά από διαστατική ανάλυση. Είναι ο μοναδικός συνδυασμός των τριών παραμέτρων —G, M και c— του προβλήματος, που έχει διαστάσεις μήκους. (Δείξτε το.)

β) Όμως η σχετικιστική θεωρία των μελανών οπών[3] λέει γι' αυτές πολύ περισσότερα —και πιο «σκοτεινά»— πράγματα από την απλοϊκή μη σχετικιστική περιγραφή τους που δώσαμε παραπάνω. Λέει, παραδείγματος χάριν, ότι όταν μια σφαιρική μάζα M συρρικνωθεί, ώστε η ακτίνα της να γίνει μικρότερη από την ακτίνα Σβάρτσιλντ —τύπος (3)—, καταρρέει σε ένα σημείο: στο κέντρο της. Και λέει επίσης —δείτε το Σχήμα 12.4— ότι, καθώς πλησιάζουμε (από το εξωτερικό της) τη

2 Διότι προβλέπει «δράση εξ αποστάσεως» —δηλαδή άπειρη ταχύτητα διάδοσης της βαρυτικής αλληλεπίδρασης μεταξύ των ελκόμενων μαζών—, η οποία δεν επιτρέπεται από την ειδική σχετικότητα.

3 Το είπαμε και νωρίτερα. Ο συγγραφέας του παρόντος δυσκολεύεται να «χωνέψει» το «μαύρων τρυπών», παρότι αντιλαμβάνεται ότι η χρήση διπλής ονομασίας μέσα στο ίδιο κείμενο είναι επίσης προβληματική.



Σχημα 12.4: Βαρυτική κατάρρευση σε μαύρη τρύπα.
Όλη η μάζα του αρχικού άστρου καταρρέει πράγματι σ' ένα σημείο!

σφαιρική επιφάνεια με ακτίνα $R_S = R_0$, ο χρόνος (όπως τον μετρά ένας ακίνητος εξωτερικός παρατηρητής) κυλάει όλο και πιο αργά, και κυριολεκτικά «σταματά να κυλά» όταν πέφτουμε πάνω της. Ενώ, αν διαβούμε αυτή τη νοητή σφαιρική επιφάνεια —γνωστή ως *ορίζοντας γεγονότων* (event horizon)—, περάσαμε οριστικά στην... άλλη όχθη. Κανένα υλικό σώμα —ούτε το ίδιο το φως— δεν μπορεί πλέον να δραπετεύσει από εκεί. Ο ορίζοντας γεγονότων είναι ένα σύνορο μονής κατεύθυνσης. Μπορείς να το διασχίσεις μόνο προς τα μέσα. Και είναι φανερό βεβαίως ότι ιδιότητες όπως οι παραπάνω —το *σταμάτημα του χρόνου* και η *συντριβή της ύλης*— είναι τελείως έξω από το πλαίσιο της νευτώνειας φυσικής. Η οποία, εξάλλου, δεν προβλέπει ούτε καν όριο στην ταχύτητα διάδοσης των σωμάτων και των αλληλεπιδράσεων.

γ) Για να φέρουμε όμως το θέμα των μελανών οπών σε επίπεδο *κουβεντιαστής φυσικής*, χρειαζόμαστε ένα ακόμα βήμα: Την τιμή της ακτίνας Σβάρτσιλντ για ένα *σώμα αναφοράς*, όπως ο Ήλιος. Θέτουμε λοιπόν στον τύπο (3)

$G = 6{,}667 \times 10^{-11}$ SI, $\qquad M = M_\odot \simeq 2 \times 10^{30}$ kg, $\qquad c = 3 \times 10^8$ m/s

και παίρνουμε

$$R_S(\mathrm{H}) = 2{,}95\,\mathrm{km} \simeq 3\,\mathrm{km}, \tag{4}$$

οπότε οι πράξεις για άλλα ουράνια σώματα γίνονται πλέον τετριμμένες, αφού η μάζα τους δίνεται ως πολλαπλάσιο (ακέραιο ή όχι) της μάζας του Ήλιου.

Παραδείγματος χάριν, για τη «δική μας» μαύρη τρύπα —τον μαύρο κύκνο μας— που έχει μάζα $M \simeq 15\ M_\odot$, η ακτίνα Σβάρτσιλντ R_S, όντας ανάλογη της μάζας, θα είναι 15 φορές μεγαλύτερη από εκείνη του ήλιου μας, δηλαδή 45 km. Η τιμή που δίνει η Βικιπαίδεια είναι 44 km, και η διαφορά οφείλεται στις στρογγυλευμένες τιμές για τα μεγέθη R_S (H) και M που εμείς χρησιμοποιήσαμε. Με τις ακριβέστερες τιμές τους —R_S (H) $= 2{,}95$ km, $M = 14{,}8\ M_\odot$— είναι πράγματι R_S (Κύκνος X-1) $\simeq 44$ km. Έχουμε λοιπόν εδώ και την πρώτη μας πρόβλεψη για μαύρες τρύπες: Λέμε ότι ο ορίζοντας γεγονότων του Κύκνου X-1 θα είναι 44 km.

δ) Όμως —πέρα από τις εξωτικές τους ιδιότητες— το βασικό ερώτημα για τις μαύρες τρύπες είναι τούτο: Υπάρχει φυσικός μηχανισμός που να μπορεί να συμπιέσει μια μάζα M σε ακτίνα μικρότερη από την ακτίνα Σβάρτσιλντ που της αντιστοιχεί, ώστε να καταρρεύσει σε μαύρη τρύπα; Στην περίπτωση του ήλιου μας, παραδείγματος χάριν —του οποίου η τωρινή ακτίνα είναι περίπου $700.000\ \mathrm{km}$—, αυτό σημαίνει μια «σμίκρυνση» γύρω στις 250 χιλιάδες φορές, ώστε να γίνει μαύρη τρύπα! Και επειδή ένα τεράστιο κοσμικό χέρι, ικανό να «ζουπήξει» τον Ήλιο στα $3\ \mathrm{km}$, δεν φαίνεται να υπάρχει(!) —αλλά ούτε και το «κόκκινο υγρό» του *Star Trek* έχει βρεθεί ακόμα!—, θα πρέπει μάλλον να το αναζητήσουμε στις υπάρχουσες θεμελιώδεις δυνάμεις της φύσης, με μοναδική υποψήφια για τον ρόλο την ίδια τη βαρύτητα. Και κρίνοντας εκ του αποτελέσματος —δηλαδή από τις βεβαιωμένες μαύρες τρύπες που ήδη ξέρουμε—, η βαρύτητα μπορεί να κάνει τη δουλειά. Μπορεί να οδηγήσει την ύλη σε πλήρη κατάρρευση.

ε) Έχει όμως «πλάκα» να δούμε πόση είναι η ακτίνα Σβάρτσιλντ και για διάφορα άλλα σώματα, αρχίζοντας από τη Γη, της οποίας η μάζα —πάρτε την από το κινητό σας— είναι $6 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}$, έναντι $2 \times 10^{30}\ \mathrm{kg}$ του Ήλιου. Δηλαδή, περίπου 300.000 φορές μικρότερη. Θα είναι επομένως

$$R_{\mathrm{S}}\ \text{(Γης)} \simeq \frac{R_{\mathrm{S}}\ \text{(Ήλιου)}}{300.000} \simeq \frac{3.000\,\mathrm{m}}{300.000} \simeq 10^{-2}\,\mathrm{m} = 1\,\mathrm{cm}.$$

Ηρεμιστικό συμπέρασμα: Η Γη μας δεν κινδυνεύει να γίνει μαύρη τρύπα. Το κοσμικό χέρι που θα τη «ζουπήξει» στο $1\ \mathrm{cm}$ δεν έχει βρεθεί ακόμη!

Θέλετε ένα ακόμα παράδειγμα; Σε πόση ακτίνα θα πρέπει να «ζουπηχτεί» καθένας από εμάς ώστε να γίνει μαύρη τρύπα; Προφανώς, η δική μας ακτίνα Σβάρτσιλντ θα είναι τόσες φορές μικρότερη από τα $3\ \mathrm{km}$ του Ήλιου όσες φορές μικρότερη είναι η μάζα μας —ας πούμε: $60\ \mathrm{kg}$— από τη μάζα του Ήλιου! Δηλαδή

$$R_{\mathrm{S}}\ \text{(δική μας)} \simeq \frac{R_{\mathrm{S}}\ \text{(Ήλιου)}}{(M_\odot/60\,\mathrm{kg})} = \frac{3\,\mathrm{km}}{(2 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}/60\,\mathrm{kg})} \simeq 10^{-25}\,\mathrm{m}.$$

Και για να το κάνουμε πιο «λιανά» —δεδομένου ότι η ακτίνα ενός ατομικού πυρήνα είναι $\sim 10^{-15}\,\mathrm{m}$—, ο καθένας από εμάς πρέπει να σμικρυνθεί σε μέγεθος 10 δισεκατομμύρια φορές μικρότερο από το μέγεθος ενός πυρήνα, ώστε να αξιωθεί τη... μαύρη δόξα μιας μαύρης τρύπας!

Νεφελη: Υπέροχη δουλειά, Φοίβο, και πολύ παιδαγωγικά παρουσιασμένη. Ένας καλός μαθητής Λυκείου θα τη διάβαζε με ενθουσιασμό. Και, απ' ό,τι καταλαβαίνω, τέτοιους μαθητές πρέπει να έχουμε στο μυαλό μας όταν γράφουμε σημειώσεις για τα ταξίδια μας στους ουρανούς. Αφού συμφωνήσαμε να κινηθούμε σε επίπεδο λυκειακής φυσικής, αυτό δεν πρέπει να κάνουμε; Εξάλλου, την ιδέα του μαθητή μέσα της —του αυθάδους μαθητή μάλιστα— την είχε χρησιμοποιήσει και η Εύα στις πρώτες σημειώσεις της, ακολουθώντας τη συμβουλή που της είχε δώσει ο Δάσκαλος. Θυμάμαι κι εγώ τι μας έλεγε καμιά φορά στο μάθημά του αυτός ο ξεχωριστός άνθρωπος. Αλίμονο στον δάσκαλο που δεν έχει μέσα του έναν αυθάδη μαθητή. Όσο πιο αυθάδης, τόσο το καλύτερο. Γιατί οι πραγματικοί μαθητές πολύ σπάνια είναι αρκετά «ασεβείς» ώστε να σε ταρακουνήσουν λίγο. Είναι φανερό ότι ο αυθάδης μαθητής του Φοίβου έκανε εξαιρετική δουλειά. Μάλλον αυτόν πρέπει να συγχαρούμε!

Ορεστης: Όμως ο δικός μου μαθητής διαμαρτύρεται. Λέει ότι ο Φοίβος τα είπε όλα με τον δικό του, και δεν του άφησε κανένα περιθώριο να σκεφτεί μόνος του και να κάνει τις δικές του ερωτήσεις. Τον άδειασε προκαταβολικά, έτσι λέει.

Φοιβος: Μα, βέβαια, τι αυθάδης μαθητής θα ήταν, αν δεν προσπαθούσε να στριμώξει τον δάσκαλο έτσι ή αλλιώς; Πες του όμως, Ορέστη, ότι τώρα η πρόκληση γι' αυτόν είναι ακόμα μεγαλύτερη. Να πάει ένα βήμα μπροστά και να βρει τις τρύπες μέσα στις... τρύπες. Γιατί δεν γίνεται να μην υπάρχουν κενά και κάποια δόση μυστηρίου σε όσα είπα γι' αυτές.

Ευα: Τον πρόλαβε όμως ο δικός μου μαθητής, που είναι παλαιότερος στο... επάγγελμα και δύσκολα τον κουμαντάρω τελευταία. Και επιμένει να συζητήσουμε ένα θέμα που το έπιασε λίγο ο Φοίβος, δεν το έσπρωξε όμως μέχρι το τέλος. Με δικά μου λόγια, το ερώτημά του είναι το εξής: Μα καλά, μπορεί να συμπιεστεί η ύλη όσο θέλουμε; Και επειδή ξέρουμε —συνεχίζει ο μαθητής μου, πάλι με δικά μου λόγια— ότι τα άτομα είναι πρακτικά κούφια (αν τα ηλεκτρόνια ήταν στις κερκίδες του Ολυμπιακού Σταδίου, ο πυρήνας θα ήταν σαν κεφάλι καρφίτσας στη σέντρα του!), θα μπορούσαμε να φανταστούμε το γιγάντιο κοσμικό χέρι που λέγαμε να συνθλίβει τα άτομα στο μέγεθος του πυρήνα τους· όμως, από κει και πέρα, τι; Αυτή η «ζουπηγμένη» ύλη θα είναι πλέον πυρήνες στοιβαγμένοι ο ένας δίπλα στον άλλον, ενώ και στο εσωτερικό των πυρήνων υπάρχει το αδιαχώρητο, αφού είναι πρωτόνια και νετρόνια επίσης κολλημένα το ένα δίπλα στο άλλο. Επομένως, το τεράστιο κενό που έχουν τα άτομα ανάμεσα στα ηλεκτρόνια και τον πυρήνα τους καλύφθηκε με το πρώτο... ζούπηγμα, και πλέον η ύλη είναι συμπαγής και ασυμπίεστη. Ο μαθητής μου προχώρησε όμως ένα βήμα παραπέρα. Έκανε λίγες πράξεις μόλις τώρα, και στο σκονάκι που μου έδωσε αποδεικνύει ότι αν το γιγάντιο εκείνο κοσμικό χέρι «ζουπήξει» τον ήλιο μας ώστε οι πυρήνες να «καταπιούν» τα ηλεκτρόνιά τους και οι γυμνοί πια (αλλά ηλεκτρικά ουδέτεροι) πυρήνες στοιβαχτούν ο ένας πάνω στον άλλο, η ακτίνα αυτού του «ζουπηγμένου» Ήλιου θα είναι 10 km. Δηλαδή, τρεις και κάτι φορές μεγαλύτερη από την απαιτούμενη για να γίνει ο Ήλιος μαύρη τρύπα. Το συμπέρασμα που βγάζει λοιπόν ο «δικός μου» είναι ότι η ύλη δεν μπορεί να συμπιεστεί απεριόριστα και, επομένως, οι μαύρες τρύπες είναι... κουραφέξαλα! Σκέτη επιστημονική φαντασία... Χαζομάρες επιπέδου *Star Trek*.

Ορεστης: Έχει όμως αρκετό δίκιο ο «πιτσιρικάς»· έτσι δεν είναι, Εύα;

Ευα: Πολύ φοβάμαι πως έτσι είναι, Ορέστη. Άκου όμως τι λέει ο ίδιος —με δικά του λόγια τώρα— γι' αυτή την *παλαβή ιδέα* (έτσι την αποκαλεί), ότι όλη η ύλη του άστρου μαζεύεται τάχατες σε ένα σημείο!!! «Το ωραίο μάλιστα, κυρία, είναι ότι για να σε φαρώσουν χρησιμοποιούν βαρύγδουπες εκφράσεις, όπως: "η ύλη καταρρέει σε ένα σημείο", "βαρυτική κατάρρευση", "βαρυτική ανωμαλία" και άλλα τέτοια... τρομοκρατικά! Δηλαδή, η ύλη έχασε ξαφνικά τον όγκο της; Έγινε... άογκη ύλη, που μπορείς να χωρέσεις όση θέλεις —ακόμα και όλη την ύλη του σύμπαντος— σε ένα μαθηματικό σημείο; Δεν θέλω να σας προσβάλω, κυρία, αλλά εμένα μου φαίνονται αέρας κοπανιστός όλα αυτά. Πιο εύκολα θα σας πίστευα αν μου λέγατε ότι οι μαύρες τρύπες είναι πραγματικές τρύπες, απ' όπου χάνεται ύλη από το δικό μας σύμπαν και εμφανίζεται σε ένα άλλο! Αέρας είναι κι αυτό, αλλά λίγο... καλύτερος από τον προηγούμενο. Λοιπόν, καλύτερα ν' αλλάξουμε θέμα, κυρία δασκάλα. Για να μην ξεχάσω και τη λίγη φυσική που έχω μάθει από εσάς...»

Νεφελη: Υποδύθηκες τόσο ωραία τον «μαθητή μέσα σου», Εύα, που... ζήλεψα! Σου έχει γίνει δεύτερη φύση, απ' ό,τι βλέπω. Τον έπαιξες λοιπόν τόσο καλά, που άντε να δούμε τώρα πώς θα ξαναβάλουμε το τζίνι στο μπουκάλι. Πώς θα απαντήσουμε στα θέματα που άνοιξε, χωρίς ν' ανοίξουμε καινούργια. Να προσπαθήσω πρώτα εγώ;

Ευα: Γιά δοκίμασε.

Νεφελη: Αρχίζω με το εύκολο: Ότι, δηλαδή, η μαύρη τρύπα μπορεί να είναι πραγματική τρύπα, απ' όπου η ύλη απλώς διαρρέει —χωρίς να συνθλίβεται— σε ένα άλλο... σύμπαν. Λοιπόν, αυτό αντίκειται στο εμπειρικό γεγονός ότι οι μαύρες τρύπες δημιουργούν γύρω τους ένα πεδίο βαρύτητας με την ένταση η οποία αντιστοιχεί στη μάζα που έχει «πέσει» εκεί. Κάτι που διαπιστώνεται άμεσα από την κίνηση την οποία κάνει γύρω από τη μαύρη τρύπα ο ζωντανός σύντροφός της από ένα αρχικό ζευγάρι άστρων που το ένα κατέρρευσε σε μαύρη τρύπα. Και αν το ζωντανό άστρο συμβαίνει να είναι στο στάδιο του κόκκινου γίγαντα, οπότε τα εξωτερικά του στρώματα θα έχουν έλθει πολύ κοντά στον νεκρό σύντροφό του —τη μαύρη τρύπα—, τότε η δεύτερη του πίνει, κυριολεκτικά, το αίμα, ρουφώντας βαθμιαία την ύλη του, όπως συμβαίνει και με τον «μαύρο κύκνο» που τώρα συζητάμε. Δεν υπάρχει λοιπόν αμφιβολία ότι η ύλη της μαύρης τρύπας είναι εκεί και κάνει πολύ αισθητή την παρουσία της στα «πέριξ», μέσω του πεδίου βαρύτητας που ασκεί.

Φοιβος: Και με το ασυμπίεστο της πυκνοστιβαγμένης πυρηνικής ύλης —μετά τη συντριβή των ατόμων— τι θα μπορούσαμε να πούμε, χωρίς να παραβιάσουμε τη δέσμευσή μας ότι θα μείνουμε σε επίπεδο λυκειακής φυσικής; Γιατί όλοι ξέρουμε, βεβαίως, ότι αυτό είναι θέμα καθαρά κβαντικής φυσικής, αλλά και σχετικότητας. Ανήκει δηλαδή στα «απαγορευμένα θέματα» για το ελληνικό Λύκειο. Γι' αυτό άλλωστε έχουμε συμφωνήσει να μην βάλουμε καθόλου κβαντικές ή σχετικιστικές έννοιες στις συζητήσεις μας και να περιοριστούμε μόνο σε θέματα που δεν απαιτούν τέτοιες έννοιες. Προτείνω λοιπόν να μην συζητήσουμε το αναιδές(!) ερώτημα που έθεσε ο μαθητής της Εύας —δηλαδή πόσο συμπιέσιμη μπορεί να είναι η ύλη, και αν επομένως μπορεί να υποστεί την ακραία μορφή κατάρρευσης που προβλέπει μια μαύρη τρύπα— και να επαναφέρουμε τη συζήτηση σε λιγότερο «επικίνδυνα» μονοπάτια.

Νεφελη: Όχι όμως προτού διαλύσουμε μια λάθος εικόνα που έχουν πολλοί —και πρώτος ο μαθητής της Εύας— για την καθαρά πυρηνική ύλη. Ότι πρόκειται για μια πυκνή στοίβαξη πυρήνων οι οποίοι είναι επίσης μια πυκνή στοίβαξη πρωτονίων και νετρονίων, όπου τα τελευταία είναι απλώς συμπαγή σφαιρίδια ύλης. Ε, λοιπόν, πρέπει να πούμε ευθύς αμέσως ότι και η πυρηνική ύλη είναι «κούφια», αφού τα πρωτόνια και τα νετρόνια δεν είναι συμπαγή σφαιρίδια ύλης αλλά αποτελούνται από σημειακά κουάρκς, τουλάχιστον όσο μπορούμε να πούμε σήμερα.[4] Όσο κι αν μας φαίνεται τρελό, ο κόσμος μας —η ύλη που τον συγκροτεί— είναι φτιαγμένος από θεμελιώδη συστατικά που είναι καθαρά σημειακά. Δεν έχουν όγκο! Είναι... άογκα, όπως λέει και ο μαθητής της Εύας. Και αν η μακροσκοπική ύλη μάς δίνει αυτή τη στέρεη αίσθηση της πληρότητας και της συμπάγειας —παρότι είναι τελείως κούφια(!)—, αυτό οφείλεται στην περίφημη αρχή της αβεβαιότητας κ.λπ. κ.λπ. (Ακολουθούν πολλές *κακές λέξεις* της φυσικής του 20ού αιώνα, η οποία θεωρείται αυστηρώς ακατάλληλη για το ελληνικό Λύκειο!) Επομένως, το ερώτημα του μαθητή μας είναι τελικά τούτο: Μπορεί η βαρύτητα να υπερνικήσει τον κβαντικό μηχανισμό που κρατά τα σημειακά συστατικά της ύλης σε απόσταση... ασφαλείας μεταξύ τους και να οδηγήσει την ύλη σε πλήρη

4 Στο πλαίσιο των κβαντικών θεωριών πεδίου, που «παίζουν» ακόμα τούτη τη στιγμή, όλα τα θεμελιώδη σωματίδια του κόσμου είναι *σημειακά*.

κατάρρευση; Δηλαδή σε μηδενικό όγκο, αφού μηδενικός είναι και ο όγκος των βασικών συστατικών της;

Να πούμε λοιπόν αμέσως —προφανώς χωρίς εξήγηση— ότι: *Ναι*, η κβαντική αντίσταση της ύλης στη συμπίεση δεν είναι απεριόριστη, και όταν η *απομένουσα μάζα* σε ένα άστρο —μετά την εξάντληση των πυρηνικών του καυσίμων και την εκτίναξη των εξωτερικών του στρωμάτων στο Διάστημα— είναι μεγαλύτερη από τρεις περίπου ηλιακές μάζες, η βαρύτητα υπερισχύει και το άστρο πράγματι καταρρέει σε μια μαύρη τρύπα. Οι μαύρες τρύπες όχι μόνο είναι δυνατές, αλλά είναι και *αναπόφευκτες*.

Ορεστης: Αν είναι όμως αναπόφευκτες, τότε το σύμπαν πρέπει να είναι γεμάτο από δαύτες! Όλα τα αρχαία άστρα —που ήταν μάλιστα πολύ μεγάλα, απ’ ό,τι λένε οι ειδικοί— θα έχουν γίνει μαύρες τρύπες. Και έχοντας και μερικά δισεκατομμύρια χρόνια μετά θάνατον ζωής —δηλαδή ως «βρυκόλακες»—, ένας θεός ξέρει πόσα άλλα άστρα, και κυρίως αέρια ύλη, θα έχουν καταβροχθίσει και πόσο μεγάλες... τρύπες θα είναι.[5] Δηλαδή, πόση θα είναι η μάζα τους. Φαντάζομαι, ακόμη και εκατοντάδες ηλιακές μάζες!

Ευα: Τι εκατοντάδες; Χιλιάδες, εκατομμύρια ή και δισεκατομμύρια ηλιακές μάζες. Δεν θυμάστε τι λέγαμε στο μάθημα της αστροφυσικής; Ότι στα κέντρα των γαλαξιών γίνεται κυριολεκτικά χαμός; *Πάρτι βρυκολάκων*, που θα έλεγε κι ο άλλος. Που καταλήγει, τελικά, ύστερα από έναν κύκλο «συγχωνεύσεων» —όπως στις μεγάλες εταιρείες(!)—, σε έναν κεντρικό βρυκόλακα με μάζα μέχρι και δισεκατομμύρια ηλιακών μαζών. Οι γιγάντιες μαύρες τρύπες στα κέντρα των γαλαξιών είναι λοιπόν ένα από τα πιο «καυτά» θέματα στην κοσμολογία των ημερών μας, γι’ αυτό και προτείνω να σταματήσουμε τη συζήτηση εδώ και να ξαναβρεθούμε αύριο για να την ολοκληρώσουμε. Ίδιο μέρος, ίδια ώρα. Σύμφωνοι;

Νεφελη: Όχι ακόμα, Εύα, γιατί τώρα είναι ο δικός μου αυθάδης μαθητής που «κλωτσάει» με τη νέα τρελή ιδέα των *σημειακών σωματιδίων*. Αυτήν που επικαλέστηκα πριν, για να εξηγήσω τη βαρυτική κατάρρευση της ύλης σε ένα σημείο. Ακούστε τι μου λέει: «Μα, αν δεχτώ, κυρία, ότι τα βασικά σωματίδια είναι σημειακά —δηλαδή... άογκα!—, τότε δεν έχω κανένα πρόβλημα να δεχτώ ότι μπορεί να χωρέσει και ένα άπειρο πλήθος απ’ αυτά σε ένα σημείο· το κέντρο της μαύρης τρύπας. Είναι όμως επιστημονική εξήγηση αυτή; Να εξηγούμε ένα μυστήριο με ένα

5 Να σημειώσουμε εδώ ότι, όσο μεγάλη κι αν είναι η βαρυτική έλξη που ασκεί μια μεγάλη μαύρη τρύπα στα πέριξ, δεν αρκεί για να «πείσει» άλλα άστρα να έρθουν κοντά της, λόγω *διατήρησης της στροφορμής*. Για τον ίδιο λόγο, δηλαδή, που η έλξη του Ήλιου δεν αρκεί για να πάει η Γη να πέσει πάνω του. Την εμποδίζει η περιστροφή της γύρω από τον Ήλιο. Η *φυγόκεντρος δύναμη*, όπως έλεγαν παλιά.

άλλο εξίσου μυστηριώδες με το πρώτο; Νέα πατέντα αυτή. Σημειακά σωματίδια! Δηλαδή, όλη η μάζα τους συγκεντρωμένη σ' ένα μαθηματικό σημείο! Δεν είναι αυτό εξίσου παράλογο με το να συγκεντρωθεί όλη η μάζα του άστρου σ' ένα σημείο; Εσείς δεν μας λέτε, κυρία, ότι η αρχή της πραγματικής γνώσης είναι η παραδοχή της άγνοιάς μας; Δηλαδή, να μην φοβόμαστε να λέμε *Δεν ξέρω*; Γιατί δεν κάνετε κι εσείς το ίδιο, παρά μας πετάτε στο κεφάλι διάφορα ψαρωτικά μέχρι να... ηρεμήσουμε;»

Ευα: Τελικά, Νεφέλη, ό,τι καλύτερο έχουμε μέσα μας είναι αυτός ο «αυθάδης μαθητής» μας. Όλους τους άλλους μπορούμε να τους ξεγελάσουμε· αυτόν —όσο βέβαια τον κρατάμε ζωντανό— ποτέ. Λοιπόν, τις ίδιες αντιρρήσεις με τον δικό σου μαθητή είχα κι εγώ για την έννοια των σημειακών σωματιδίων. Και όση ώρα μίλαγες γι' αυτά, σκεφτόμουν πώς μπορούμε, αν όχι να την εξηγήσουμε πλήρως, τουλάχιστον να την κάνουμε όσο γίνεται πιο εύλογη. Χωρίς να καταφεύγουμε σε φορμαλιστικές εξηγήσεις —όπως εκείνη με την κβαντική θεωρία πεδίων που αναφέραμε κάποια στιγμή—, που είναι στην ουσία καθαρή παπαγαλία της επίσημης σοφίας, όπως θα 'λεγε κι ο ΣτΔ. Σκέφτηκα λοιπόν λίγο, την ώρα που μιλούσες, και μου 'ρθε η εξής φαεινή. Ότι η σημειακότητα των βασικών συστατικών της ύλης είναι, κατά κάποιον τρόπο, η αναπόδραστη λογική κατάληξη της ατομικής υπόθεσης. Διότι, αν αυτοί οι έσχατοι δομικοί λίθοι της ύλης δεν είναι σημειακοί, τότε η μάζα που είναι απλωμένη στον όγκο τους τι είναι; Μια συνεχής κατανομή ύλης; Και τότε πώς δεν είναι διαιρετή; Τι συγκρατεί τα «μέρη» της —που όμως δεν είναι «μέρη», αφού δεν μπορούν να ξεχωρίσουν!— ώστε αυτό το συμπαγές «σφαιρίδιο» να είναι πραγματικά άτμητο;

Πραγματικά μπορούμε ν' ανοίξουμε μια μεγάλη συζήτηση γύρω από αυτό το θέμα, όμως η δική μου «εσωτερική φωνή» λέει ότι η μη σημειακότητα των βασικών συστατικών της ύλης είναι μπελάς πολύ μεγαλύτερος από εκείνον της σημειακότητας. Τείνω λοιπόν να θεωρώ ότι η μόνη λογική κατάληξη της ατομικής υπόθεσης είναι να θεωρήσουμε ότι τα έσχατα συστατικά της ύλης είναι όλα σημειακά.

Νεφελη: Για να υπερασπιστούμε όμως και τον εαυτό μας απέναντι στον εσωτερικό μαθητή μας, ας πούμε ότι το θέμα της σημειακότητας των βασικών συστατικών της ύλης είναι μεταξύ των δύο-τριών δυσκολότερων ζητημάτων της σύγχρονης επιστήμης. Και η θεωρία των χορδών κυρίως (αλλά όχι μόνο) για την επίλυσή του επινοήθηκε. Προτείνω λοιπόν κι εγώ να σταματήσουμε εδώ και να ξαναβρεθούμε αύριο για τη συνέχεια.

Ολοι μαζι: Εντάξει, κλείσαμε!

Φοιβος: Όχι όμως προτού σταθούμε, έστω για ένα λεπτό, μπροστά σ' αυτόν τον θαυμαστό νόμο που χρησιμοποίησα πριν για να βρω την ακτίνα

Σβάρτσιλντ. Δηλαδή τη διατήρηση της ενέργειας. Αλήθεια, πώς να το φανταζόμασταν ότι υπάρχει μια μυστήρια έκφραση όπως η

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM}{r}, \tag{5}$$

που, ό,τι και να κάνει το κινούμενο σώμα, η έκφραση αυτή παραμένει σταθερή; Μπορεί να αλλάζει η απόστασή του από την έλκουσα μάζα M, να αλλάζει η ταχύτητά του, αλλά αυτές οι αλλαγές πρέπει να «συνεργάζονται» ώστε η έκφραση (5) να έχει την τιμή που είχε αρχικά· όταν άρχισε η κίνηση. Γιατί να υπάρχει ένας τέτοιος νόμος; Δεν προτείνω να το συζητήσουμε τώρα, αλλά ας μην το προσπεράσουμε μ' εκείνο το «μπλαζέ» ύφος μερικών καθηγητών μας, που είναι σαν να τα έχουν δει όλα σε μια προηγούμενη ζωή τους και τίποτα πια δεν μπορεί να τους συγκινήσει. Να προκαλέσει τον θαυμασμό τους.

Εύα: Ωραία το έθεσες, Φοίβο. Δεν μας παίρνει να το συζητήσουμε τώρα, αλλά ας μην το προσπεράσουμε κιόλας σαν να μην συμβαίνει τίποτε. Όσο για τους καθηγητές μας που λες —εκείνους που γεννήθηκαν «έχοντάς τα δει όλα»—, σκέφτομαι ότι θα έπρεπε να υποχρεωθούν να παρακολουθήσουν έστω μία διάλεξη εκείνου του απίστευτου παγκόσμιου δασκάλου Φυσικής από το MIT, του Walter Lewin βεβαίως. Παραδείγματος χάριν, εκείνη την κλασική πλέον διάλεξή του όπου στοιχηματίζει με τη ζωή του(!) στο γεγονός ότι η Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας (ΑΔΕ) δεν παραβιάζεται ποτέ! Ή τουλάχιστον στο πείραμα με το εκκρεμές, που η ΑΔΕ δεν επιτρέπει στο αιωρούμενο σώμα να ανέβει πιο ψηλά από την πλάγια θέση απ' όπου το αφήσαμε αρχικά. Δείτε πιο κάτω και την κλασική φωτογραφία με τον Lewin «κολλημένο στον τοίχο», ενώ η αιωρούμενη σιδερένια σφαίρα του 'ρχεται κατά πρόσωπο! Είναι βέβαιος όμως ότι δεν θα τον χτυπήσει, γιατί η αρχική θέση από

Εικονα 12.1: Ο καθηγητής φυσικής του MIT Walter Lewin στοιχηματίζει με τη... ζωή του στην Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας!

την οποία την άφησε να αιωρηθεί ήταν ακριβώς το πηγούνι του και η ΑΔΕ δεν επιτρέπει στη σφαίρα να πάει ούτε ένα χιλιοστό πιο πάνω! Να «τερματίσει» λίγο χαμηλότερα λόγω τριβών, *ναι*· αλλά πιο πάνω, *ποτέ*.

Φοιβος: Όπως ξέρετε, είμαι ένας από τους «παγκόσμιους φοιτητές» του Lewin και ευγνωμονώ τον δάσκαλό μας που μου μίλησε γι' αυτόν και για τις βιντεοσκοπημένες διαλέξεις του στο MIT, ήδη από το πρώτο έτος. Παρακολουθώντας τη διάλεξη που λέει η Εύα, αισθάνεσαι πραγματικό ρίγος. Είναι σαν το ραντεβού με τον Δία ή την Αφροδίτη: Το θαύμα της νομοκρατούμενης φύσης. Αν αδειάσεις το μυαλό σου από τα αυτονόητα, δεν γίνεται να μην έχεις αγωνία καθώς βλέπεις τη σφαίρα να έρχεται με φόρα από την άλλη πλευρά. Και καλά —όπως θα έλεγε κι η Εύα— εμείς, το ξέρουμε ότι η σφαίρα δεν μπορεί να πάει πιο ψηλά από το σημείο που την άφησε ο Lewin. Η σφαίρα, όμως, το... ξέρει;

Νεφελη: Θυμάστε όμως πώς εκνευριζόταν ο «δικός μας» —στα ελάχιστα σεμινάρια του τμήματος με εκπαιδευτικό θέμα— όταν ερχόταν η συζήτηση στο παράδειγμα του Lewin και η μόνη λέξη που ακουγόταν ήταν *χαρισματικός*, *ταλαντούχος* κ.λπ. κ.λπ.; Και δεν εκνευριζόταν βέβαια επειδή δεν θεωρούσε τον Lewin ταλαντούχο —ακριβώς το αντίθετο— αλλά επειδή είχε διαπιστώσει ότι η *μεταφυσική του ταλέντου*, όπως την έλεγε —αποτυπωμένη σ' εκείνη την κοινοτοπία «ή το 'χεις ή δεν το 'χεις»—, είναι το τέλειο άλλοθι για να μην συζητάμε ποτέ τις «μη μεταφυσικές» προϋποθέσεις της αποτελεσματικής διδασκαλίας. Και κυρίως μία: Τι προτεραιότητα έχει η διδασκαλία για μας —τους πανεπιστημιακούς δασκάλους εννοούσε βεβαίως— και πόσο χρόνο βάζουμε στην προετοιμασία των διαλέξεών μας. Με τη μαγική λέξη «ταλέντο» ξορκίζουμε κυριολεκτικά το θέμα —έτσι έλεγε—, ώστε να μην ακουστεί καθόλου το πόσες ώρες έβαζε ο Lewin στις δικές του, ούτε πόσες φορές ήταν στο αμφιθέατρο από τις 5 το πρωί για να προετοιμάσει τα πειράματα της μέρας. Θυμάστε και το σύνθημα που χρησιμοποιούσε συχνά ο δάσκαλός μας; «Η διδασκαλία είναι το πολύ 30% ταλέντο και όλο το υπόλοιπο πίστη στην αξία της και σκληρή δουλειά».

Φοιβος: Αντιστέκομαι στον πειρασμό να πιάσω την μπάλα που πέταξε η Νεφέλη —εξάλλου, το θέμα της καλής διδασκαλίας μόνο από τη σκοπιά του φοιτητή μπορούμε να το προσεγγίσουμε (ελπίζω κάποια στιγμή να το κάνουμε πιο συστηματικά)— και προτείνω να κλείσουμε τη συζήτηση εδώ.

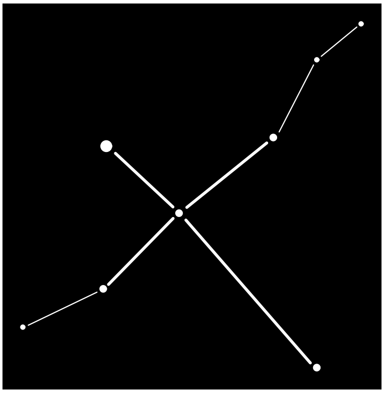
Ορεστης: Επειδή όμως τώρα φεύγουμε κι από τον αστερισμό του Κύκνου —με τις καλύτερες αναμνήσεις, πρέπει να πούμε—, είναι η κατάλληλη ώρα για να εκπληρώσει η Εύα την υπόσχεση που έδωσε, να μας πει «κάποια στιγμή» για τον αρχαίο μύθο σχετικά με τον Κύκνο. Η καλύτερη «στιγμή» είναι τούτη. Τι λες, Εύα;

Εύα: Είναι αλήθεια ότι τώρα είμαι «συντονισμένη» αλλού· αφού όμως το υποσχέθηκα, θα το κάνω.

Όπως κάθε μικρή ιστορία, έτσι και ο συγκεκριμένος μύθος είναι πολύ απλός. Ο Φαέθων, ο γιος του θεού Ήλιου, αψηφά την πατρική εξουσία και παίρνει το θεϊκό άρμα που οδηγεί τον Ήλιο στον ουρανό. Χάνει όμως τον έλεγχό του και γίνεται παρανάλωμα του πυρός, αφήνοντας πίσω του τις στάχτες που εμείς σήμερα λέμε ότι αποτελούν τον γαλαξία μας. Ο Κύκνος, ο αδελφικός φίλος του Φαέθοντα, θρηνεί απαρηγόρητος για τον χαμό του. Τον λυπούνται οι θεοί και τον κάνουν αστερισμό πάνω στις στάχτες του φίλου του. Ένας αιώνιος ύμνος στη φιλία, αλλά και ένας αθάνατος μύθος για τα μεγάλα θέματα του πολιτισμού μας: Τη νεότητα, τη σύγκρουση με την πατρική ή τη θεϊκή εξουσία, την ύβρι, την τιμωρία. *Μεγάλοι πολιτισμοί, μεγάλα παραμύθια*, όπως έλεγε και ο αγαπημένος μου φιλόλογος στο Λύκειο. Ένας υπέροχος άνθρωπος. Παρ' ολίγον να σπουδάσω φιλολογία εξαιτίας του. Και δεν θα μάθω ποτέ ποια από τις «εναλλακτικές ζωές» μου θα ήταν πιο ενδιαφέρουσα. Της φυσικού ή της φιλολόγου;

Φοίβος: Το ξέρεις όμως, Εύα, ότι εκτός από τον *πρωταγωνιστή* υπάρχει και ο *δεύτερος ρόλος* στη ζωή μας. Μπορούμε λοιπόν να κουβαλάμε και μια φιλόλογο μέσα μας. Τα πρωτοτόκια τα πήρε η φυσικός, όμως και η φιλόλογος δεν «σώπασε». Στο κάτω-κάτω, αυτή δεν είχε τον λόγο πριν λίγο, όταν μας διηγήθηκες με τόση ποιητικότητα έναν μεγάλο μύθο; Πρόσεξα μάλιστα ότι κάποια στιγμή, εκεί που έλεγες για τις στάχτες του Φαέθοντα —«που εμείς σήμερα λέμε ότι αποτελούν τον γαλαξία μας»—, υπήρχε μια παράξενη αμφιθυμία στη φωνή σου. Σαν να σκεφτόσουν: Τελικά, ποια εικόνα του γαλαξία μας —ή του κόσμου— τον αντιπροσωπεύει πιο βαθιά; Αυτή που μας έδωσε η σύγχρονη φυσική ή εκείνη της ελληνικής μυθολογίας; Οι Έλληνες, βέβαια, τα κατάφεραν μια χαρά και με τα δύο. Μπορούσαν να εποικίζουν τον ουρανό με μεγάλους μύθους και ταυτόχρονα να αναζητούν εκεί πάνω μια νομοκρατούμενη φύση.

Νεφέλη: Κι εμείς —η παρέα μας δηλαδή— επιχειρούμε τώρα το αντίστροφο: Μαθαίνοντας για τους αστερισμούς, αρχίζουμε πια να βλέπουμε τους ουρανούς όχι μόνο με τα μάτια της επιστήμης, αλλά και με τα μάτια των μεγάλων μύθων. Γιατί, ποιος από εμάς μπορεί πια να ξαναδεί τον Κύκνο και να μην βλέπει εκεί πάνω, μαζί με τη μαύρη τρύπα, και τον γίγαντα που... δεν είναι κόκκινος, εκείνο το υπέροχο πουλί να πετά πάνω από τις στάχτες του χαμένου φίλου του; Δεν ξέρω τι λέτε εσείς, αλλά εγώ νομίζω ότι είμαστε μια τυχερή γενιά ως προς αυτό. Πόσοι άλλοι πριν από εμάς μπορούσαν να βλέπουν τον ουρανό και τον μεγάλο κόσμο εκεί έξω, και δίπλα στους μεγάλους κοσμογονικούς μύθους του παρελθόντος να μπορούν να προσθέσουν και την επιστημονική του ιστορία, από τη μεγάλη έκρηξη έως σήμερα; Προτείνω να ρίξουμε μια αποχαιρετιστήρια ματιά στο μεγάλο λευκό πουλί και να συνεχίσουμε αύριο, όπως συμφωνήσαμε. Καμαρώστε το.



Σχημα 12.5: Το μεγάλο λευκό πουλί!

ΑΣΚΗΣΕΙΣ — ΤΡΟΦΗ ΓΙΑ ΣΚΕΨΗ

1. Ακολουθώντας μια συμβουλή που της έδωσε ο δάσκαλός της, η Εύα, με τη σειρά της, συμβουλεύει κι εμάς για το εξής: Όταν συναντούμε για πρώτη φορά έναν φυσικό τύπο, το πρώτο πράγμα που πρέπει να κάνουμε είναι να δούμε αν αυτά που προβλέπει είναι λογικά ή όχι, από φυσική άποψη. Ακόμα περισσότερο, πρέπει να είμαστε σε θέση να διαπιστώσουμε αμέσως αν υπάρχει λάθος στον τρόπο με τον οποίο γράψαμε αυτόν τον τύπο.

Παραδειγμα: Θυμόμαστε όλοι ότι ο τύπος του Ohm, που δίνει το ρεύμα i σε μια αντίσταση R με τάση V στα άκρα της, δίνεται από το πηλίκον V/R. Παρ' όλ' αυτά, κάνουμε λάθος και γράφουμε τον σχετικό τύπο ως

$$i = \frac{R}{V}. \tag{1}$$

Αν όμως δεν είμαστε παπαγαλάκια που απομνημονεύουν τύπους χωρίς να σκέφτονται, θα βλέπαμε αμέσως ότι ο τύπος (1) είναι *εμφανώς παράλογος*, αφού για $V = 0$ δίνει $i = \infty$. Παίρνουμε άπειρο ρεύμα στην ηλεκτρική μας θερμάστρα απλώς παραλείποντας να τη βάλουμε στην πρίζα! Άπειρη δωρεάν ενέργεια για όλους! Στο ίδιο παραπάνω πνεύμα, προκειμένου να ελέγξει τη διανοητική σας ετοιμότητα, ο ΣτΔ σάς προτείνει τους παρακάτω πιθανούς τύπους για την ακτίνα Σβάρτσιλντ

$$R_0 = \frac{c^2}{2GM}, \quad R_0 = \frac{2GM}{c^2}, \quad R_0 = \frac{2Mc^2}{G} \tag{2}$$

και σας λέει ότι μεταξύ αυτών είναι και ο σωστός. Εσείς όμως θα πρέπει να τον βρείτε επιχειρηματολογώντας ότι οι δύο άλλοι λένε ακόμα πιο παράλογα πράγματα κι από τον λάθος τύπο του Ohm!

Σημειωση: Οι λάθος τύποι μπορούν επίσης να εντοπιστούν καθαρά διαστατικά —τα δεύτερα μέλη τους δεν έχουν διαστάσεις μήκους—, όμως εδώ μας ενδιαφέρουν οι φυσικά παράλογες συνέπειές τους, οι οποίες προκύπτουν όχι μόνο χωρίς πράξεις αλλά και με απλή εποπτεία του κάθε τύπου. Κοινώς... βγάζουν μάτι!

2. Ένας ισχυρισμός δεν είναι λανθασμένος απλώς και μόνο επειδή τον ακούσαμε από κάποιον Ξερόλα! Μάλιστα, στις πληροφορίες χωρίς αριθμητικό περιεχόμενο —και χωρίς απαίτηση πραγματικής κατανόησης— οι περισσότεροι Ξερόλες είναι σχετικά αξιόπιστες πηγές. Μια πληροφορία με τέτοια προέλευση είναι ότι η ένταση του πεδίου βαρύτητας πάνω στον ορίζοντα γεγονότων μιας μαύρης τρύπας είναι τόσο μεγαλύτερη όσο μικρότερη είναι η μάζα της. Αν αυτό σας φαίνεται παράξενο, κάντε τον σχετικό υπολογισμό και δείξτε ότι πράγματι ο Ξερόλας έχει δίκιο. Η ένταση g του πεδίου βαρύτητας, δηλαδή η ασκούμενη δύναμη σε μια μοναδιαία μάζα πάνω στον ορίζοντα γεγονότων, θα δίνεται από τον τύπο

$$g = \frac{c^4}{4GM}$$

και είναι όντως αντιστρόφως ανάλογη της μάζας M της συγκεκριμένης μαύρης τρύπας. Μπορείτε όμως να εξηγήσετε και ποιοτικά αυτό το αποτέλεσμα;

3. Κάποιος στην παρέα σας μιλάει για μια αστρική μαύρη τρύπα με ακτίνα Σβάρτσιλντ 150 km και μάζα $M = 30\ M_\odot$. Εξηγήστε του —σε στυλ κουβεντιαστής φυσικής— ότι, αν το πρώτο νούμερο που έδωσε είναι σωστό, το δεύτερο είναι σίγουρα λάθος.

4. Για να γίνει μαύρη τρύπα ένας πλανήτης όπως ο Δίας —με μάζα περίπου το ένα χιλιοστό της μάζας του Ήλιου—, το τεράστιο κοσμικό χέρι που λέγαμε θα πρέπει να τον «ζουπήξει» σε μια ακτίνα μικρότερη ή ίση με (επιλέξτε τη σωστή τιμή):

α) $R_S \simeq 30$ m   β) $R_S \simeq 3$ m   γ) $R_S \simeq 300$ m

Διευκρινιση: Γράφοντας για *νεκρά άστρα* στον τίτλο του κεφαλαίου, αλλά μιλώντας τελικά μόνο για μαύρες τρύπες, ίσως δημιουργήσαμε την εντύπωση ότι μετά την εξάντληση των πυρηνικών τους καυσίμων —αυτό σημαίνει *θάνατος* για ένα άστρο— όλα τα άστρα καταλήγουν σε μαύρες τρύπες. Το οποίο βεβαίως δεν είναι αληθές. Σε μαύρη τρύπα καταλήγουν μόνο τα άστρα των οποίων ο πυρήνας —ό,τι απομένει μετά την εκτίναξη των εξωτερικών τους στρωμάτων στο Διάστημα— έχει μάζα μεγαλύτερη από τρεις περίπου ηλιακές μάζες. Αν η απομένουσα μάζα είναι μικρότερη από την παραπάνω αλλά μεγαλύτερη από 1,4 $M_\odot$ (το λεγόμενο όριο Chandrasekhar), το άστρο καταλήγει σε *αστέρα νετρονίων*, ενώ, αν είναι μικρότερη κι απ' αυτό το όριο, η κατάληξη θα είναι ένας *λευκός νάνος* στον οποίο η ηλεκτρονιακή μορφή της ύλης διατηρείται· υπάρχουν ηλεκτρόνια και πυρήνες όμως σε κατάσταση πλήρους ιοντισμού, γνωστή ως *πλάσμα*.