

### 8.11 Οι εξισώσεις του Maxwell

Η πρώτη εξίσωση του Maxwell είναι ο νόμος του Gauss για την ηλεκτρική ροή:

$$\Phi_E = \frac{q_{ολ}}{\epsilon_0} \quad (8.21)$$

όπου  $\Phi_E$  η ολική ηλεκτρική ροή και  $q_{ολ}$  το συνολικό φορτίο.

Η δεύτερη εξίσωση του Maxwell είναι ο νόμος του Gauss για τον μαγνητισμό. Αν αντί του ηλεκτρικού φορτίου, η κλειστή υποθετική επιφάνεια περιβάλλει ένα ή περισσότερα μαγνητικά δίπολα, τότε ο νόμος του Gauss για το μαγνητισμό σε πλήρη αναλογία με τη σχέση (8.21) γράφεται

$$\Phi_B = \mu_0 \cdot m_{ολ} \quad (8.22)$$

Στη σχέση (8.22)  $\Phi_B$  είναι η ολική μαγνητική ροή,  $m_{ολ}$  η ολική μαγνητική ποσότητα και  $\mu_0$  η μαγνητική διαπερατότητα του κενού. Και επειδή δεν μπορούμε να έχουμε ένα μόνο είδος μαγνητικού πόλου, γιατί οι μαγνητικοί πόλοι στη φύση παρουσιάζονται κατά ζεύγη (μαγνητικά δίπολα), μια υποθετική κλειστή επιφάνεια θα περικλείει υποχρεωτικά αντίθετους μαγνητικούς πόλους, που δίνουν  $m_{ολ}$  ίσο με μηδέν. Συνεπώς η σχέση (8.22) γράφεται:

$$\Phi_B = 0 \quad (8.23)$$

και αποτελεί τη δεύτερη εξίσωση του Maxwell.

Η τρίτη εξίσωση του Maxwell εκφράζεται με το νόμο του Faraday:

$$\sum \mathcal{E}_i \Delta l_i = - \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \quad (8.24)$$

ότι δηλαδή γύρω από μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο δημιουργείται ηλεκτρικό πεδίο που μεταβάλλεται χρονικά σύμφωνα με τη μεταβολή  $\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$  της μαγνητικής ροής.

Η τέταρτη εξίσωση του Maxwell προκύπτει από το νόμο του Ampere

$$\sum B_i \Delta l_i = \mu_0 I_{ολ} \quad (8.25)$$

Όπως μπορεί εύκολα να παρατηρήσει κανείς, οι εξισώσεις (8.24) και (8.25)

παρουσιάζουν σημαντικές αναλογίες. Ωστόσο δεν υπάρχει πλήρης αντιστοιχία μεταξύ τους. Πράγματι ο νόμος του Ampere έχει στο δεύτερο μέλος του τον παράγοντα  $\mu_0 I_{ολ}$ , ενώ ο νόμος του Faraday δεν περιέχει ανάλογο όρο. Η απουσία ενός τέτοιου όρου δικαιολογείται από το γεγονός ότι δεν υπάρχουν ελεύθεροι μαγνητικοί πόλοι, αλλά ζεύγη σε μορφή διπόλων. Εξάλλου η εξίσωση (8.24) περιέχει το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής  $-\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$ , ενώ η (8.25) δεν περιέχει το ρυθμό μεταβολής της ηλεκτρικής ροής.

Ο Maxwell σκέφτηκε ότι η αντιστοιχία των εξισώσεων θα ήταν πλήρης, αν στο δεύτερο μέλος του νόμου του Ampere προστεθεί όρος της μορφής  $\frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t}$ , οπότε η εξίσωση (8.25) γράφεται:

$$\boxed{\Sigma B_i \Delta l_i = \mu_0 I_{ολ} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t}} \quad (8.26)$$

Το γινόμενο  $\mu_0 \epsilon_0$  στη σχέση αυτή χρησιμεύει για την τακτοποίηση των μονάδων. Δηλαδή να εκφραστεί ο όρος  $\mu_0 \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t}$  σε Nt/A, όπως και οι υπόλοιποι.

Η σχέση (8.26) αποτελεί την τέταρτη εξίσωση του Maxwell. Στη σχέση αυτή ο δεύτερος όρος του δεύτερου μέλους ισούται με το ρεύμα μετατόπισης  $I_\mu$ .

Πράγματι όταν η ηλεκτρική ροή  $\Phi_E = \mathcal{E} S$  μεταβάλλεται, ενώ η επιφάνεια  $S$  παραμένει σταθερή, τότε ο ρυθμός μεταβολής  $\frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t}$  θα είναι ανάλογος προς το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου  $\frac{\Delta\mathcal{E}}{\Delta t}$ . Δηλαδή:

$$\frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t} = S \frac{\Delta\mathcal{E}}{\Delta t} \quad (8.27)$$

Η σχέση (8.26), λόγω της (8.27), γράφεται:

$$\Sigma B_i \Delta l_i = \mu_0 I_{ολ} + \mu_0 \epsilon_0 S \frac{\Delta\mathcal{E}}{\Delta t} \quad (8.28)$$

Όπως φαίνεται από τη σχέση (8.20) της παραγράφου 8.9, το γινόμενο  $\epsilon_0 S \frac{\Delta\mathcal{E}}{\Delta t}$  είναι το ρεύμα μετατόπισης  $I_\mu$  και επομένως η 4η εξίσωση του Maxwell μπορεί να γραφεί με τη μορφή:

$$\Sigma B_i \Delta l_i = \mu_0 (I_{ολ} + I_\mu) \quad (8.29)$$

Οι εξισώσεις του Maxwell και μερικές από τις πληροφορίες που μας δίνουν, παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα.

Εξίσωση	Πληροφορίες που παρέχει:
1) $\Phi_E = \frac{q_{ολ}}{\epsilon_0}$	1) Νόμος του Coulomb. 2) Συσχετίζει το φορτίο, το πεδίο που προκαλείται απ' αυτό και την ηλεκτρική ροή.
2) $\Phi_B = 0$	Περιγράφει το μαγνητικό πεδίο και παρέχει το γεγονός ότι δεν υπάρχουν απομονωμένοι μαγνητικοί πόλοι.
3) $\sum \mathcal{E}_i \Delta l_i = - \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$	Γύρω από μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο δημιουργείται μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο. Εμπεριέχει το νόμο της επαγωγής.
4) $\sum B_i \Delta l_i = \mu_0 I_{ολ} + \mu_0 \epsilon_0 S \frac{\Delta \mathcal{E}}{\Delta t}$	Μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο. Εμπεριέχει τον νόμο Biot-Savart, και το πείραμα Oersted.